

CHAPITRE 12

LES RADARS DE POURSUITE

1	GENERALITES	2
2	CARACTERISTIQUES PARTICULIERES DES RADAR DE POURSUITE	3
3	POURSUITE ANGULAIRE PAR SCANNING	4
3.1	PRINCIPE	4
3.2	SCHEMA FONCTIONNEL	5
3.3	FORMATION DES SIGNAUX D'ERREUR	7
3.4	INFLUENCE DU BRUIT	9
4	POURSUITE ANGULAIRE PAR MONOPULSE.....	11
4.1	PRINCIPE	11
4.2	PROCEDES D'OBTENTION DES SIGNAUX MONOPULSES	12
4.2.1	Retour sur la directivité des antennes.....	12
4.2.2	Monopulse d'amplitude.....	13
4.2.3	Monopulse de phase	14
4.2.4	Comparaison des deux procédés.....	15
4.3	TRAITEMENT DES SIGNAUX MONOPULSE.....	16
4.3.1	Traitement logarithmique	16
4.3.2	Traitement en amplitude par CAG.....	19
4.3.3	Traitement numérique en amplitude	20
4.3.4	Traitement en phase.....	21
4.4	INFLUENCE DU BRUIT	23
4.4.1	Traitement par CAG	24
4.4.2	Traitement par amplificateurs logarithmiques	25
4.4.3	Traitement en phase.....	26
4.4.4	Synthèse	26
4.4.5	Moyennage de plusieurs mesures, comparaison avec le scanning	28
4.5	ORGANISATION D'UN RADAR DE POURSUITE MONOPULSE	28
5	LA POURSUITE EN DISTANCE	30
5.1	PRINCIPE	30
5.2	POURSUITE MANUELLE	31
5.3	POURSUITE AUTOMATIQUE.....	32
5.4	GENERATION DU SIGNAL D'ERREUR PAR DEMI - PORTES -, INFLUENCE DU BRUIT	33
5.5	AUTRES PRINCIPES UTILISES POUR LA GENERATION DU SIGNAL D'ERREUR	36
5.5.1	Portes sur les fronts de montée et de descente du signal	36
5.5.2	Double porte sur le front de montée.....	38
5.5.3	Doubles portes sur les fronts de montée et de descente du signal	40
5.6	EFFET D'INTEGRATION DES SERVOMECHANISMES, RELATIONS PRATIQUES.....	40
6	PROBLEMES PRATIQUES DE L'EXPLOITATION DES MESURES ANGULAIRES	41
6.1	GENERALITES	41
6.2	EFFET DES ERREURS D'ORIGINE NON THERMIQUE	42
6.3	OPTIMISATION DE MESURES ANGULAIRES INDEPENDANTES	42
6.3.1	Moyenne optimale de deux variables aléatoires.....	43
6.3.2	Généralisation à « n » variables, cas des erreurs angulaires dues au bruit thermique....	43
6.4	INCIDENCE DES FLUCTUATIONS LENTES DES CIBLES.....	44
7	PERTE PAR MODULATION DE LOBE EN MODE POURSUITE.....	46
7.1	EFFET DE L'ERREUR EN SITE	46
7.2	GENERALISATION EFFET DES ERREURS SITE ET GISEMENT	47
7.3	INCIDENCE D'UN BIAIS EN SITE OU GISEMENT.....	47
8	FLUCTUATION ANGULAIRE DES CIBLES – NOTION DE GLINT	48
8.1	POSITION DU PROBLEME – HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES	48
8.2	NATURE DES SIGNAUX DELIVRES AU RADAR	49

1 GENERALITES

Un radar de poursuite mesure les coordonnées d'une cible et délivre les informations qui sont utilisées pour déterminer sa trajectoire et au besoin prédire sa position future.

Tout ou partie des coordonnées mesurables : distance, site, azimuth, fréquence doppler, sont mesurées à cet effet. Presque tous les radars peuvent être considérés comme des radars de poursuite si les informations qu'ils délivrent sont traitées aux fins d'établissement de pistes. On désigne néanmoins sous le nom de radars de poursuite, ceux qui peuvent effectuer cette opération **en temps réel** et avec une **précision suffisante**, ce qui, comme nous le verrons par la suite, entraîne des procédés particuliers de mesures tant des angles que de la distance.

Les radars de poursuite eux-mêmes se divisent en deux catégories :

- **Radars de poursuite continue**, qui mesurent sans interruption les coordonnées d'une cible (*ou d'un faible nombre*) placée dans le champ de leur antenne.
- **Radars de poursuite discontinue** (*track – while – Scan*), dont les propriétés d'agilité permettent la poursuite simultanée de plusieurs cibles situées dans un domaine d'action relativement étendu. Les informations de trajectoire sont alors obtenues séquentiellement sur chaque cible, au moyen d'une poursuite limitée à des fractions de trajectoires de chacune d'elles.

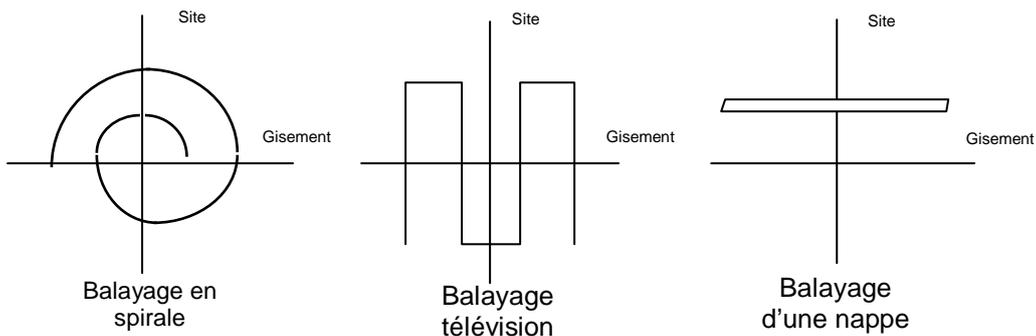
Ces deux types de radars de poursuite se différencieront par l'agilité de leur aérien (*ou du faisceau de cet aérien*) et par les systèmes de traitement de l'information associés au radar.

Dans les deux cas, les moyens utilisés pour obtenir les coordonnées fines de l'objet poursuivi sont basés sur les mêmes principes, ce qui permettra de limiter notre étude au radar de poursuite continue.

Notons enfin qu'avant de poursuivre une cible, il faut déterminer la position initiale de cette cible lors d'une phase préliminaire dite **phase de recherche ou d'acquisition**. Cette opération sera effectuée suivant les cas par le radar de poursuite lui-même ou par un radar associé dit radar d'acquisition.

En effet, la forme du lobe d'antenne d'un radar de poursuite (*lobe fin symétrique ou « pencil beam »*) n'est pas adaptée à la recherche d'une cible dans un grand domaine angulaire.

Ceci limite cette recherche à un cône d'ouverture faible, ou à une nappe, que l'objet à poursuivre est censé devoir traverser, et qui sont explorés à faible cadence par le faisceau de l'aérien du radar, comme par exemple suivant les schémas ci-après :



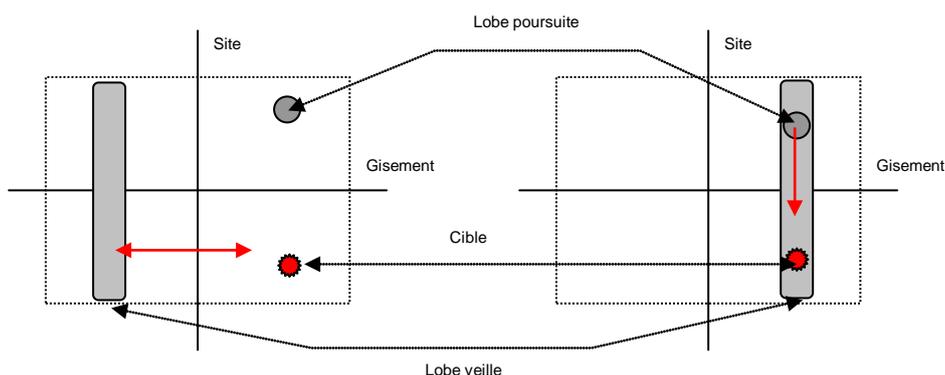
Dès que l'angle solide à explorer devient trop important, le temps nécessaire à son exploration devient prohibitif et l'objectif risque de le traverser sans avoir pu être détecté.

On est alors amené à utiliser un radar d'acquisition, mieux adapté à l'exploration d'un grand domaine angulaire et dont la précision de localisation est suffisante pour permettre l'accrochage du radar de poursuite.

Dans certains cas, la localisation portera sur un nombre limité de coordonnées (*gisement et distance par exemple*), le radar de poursuite opérant une recherche simplifiée dans le domaine réduit déterminé par le radar d'acquisition, soit au moment de son passage sur la cible, soit après extrapolation des coordonnées mesurées par ce radar.

Le schéma suivant illustre un cas simple d'accrochage d'une cible à l'aide d'un radar auxiliaire :

- Le radar de poursuite est en attente, le radar d'acquisition explore le domaine à surveiller.
- Le radar d'acquisition a détecté la cible, le radar de poursuite rallie le gisement désigné et opère une exploration en site avant de s'accrocher sur la cible.



Cet exemple n'est évidemment pas limitatif ; les opérations d'accrochage dépendent des propriétés du radar d'acquisition, et des moyens d'exploitation de l'information utilisés, qui permettent d'opérer l'accrochage : soit à l'aide d'un opérateur, soit automatiquement, soit par toute autre méthode intermédiaire.

2 CARACTERISTIQUES PARTICULIERES DES RADAR DE POURSUITE

La principale utilisation des radars de poursuite est le contrôle des trajectoires d'engins, allant de l'engin sol-air ou air-air d'interception, aux lanceurs de missiles ou de satellites, et la détermination des trajectoires d'avions, de missiles, de satellites dans des buts divers (*interception, alerte, établissement d'éphémérides*).

L'aérien généralement utilisé est un aérien circulaire, le lobe d'antenne étant alors un lobe étroit, symétrique, et de révolution. Ce lobe étroit offre l'avantage de concentrer le maximum d'énergie dans la direction de l'objet visé. Il réduit en outre la possibilité de brouillage par des échos parasites (*échos de sol, de nuages ou autres cibles*). Les coordonnées angulaires de l'objectif sont déterminées avec une précision bien meilleure que la largeur du lobe utilisé, grâce aux **procédés de mesure angulaire** qui permettent de déterminer la différence entre l'axe radar-objectif, et l'axe de symétrie du faisceau radar, sous la forme d'un **signal d'erreur**.

Le système de **poursuite angulaire** du radar permet alors de ramener le faisceau radar dans la direction radar-objectif par un mouvement du lobe d'antenne, soit mécanique (*déplacement mécanique de l'ensemble de l'aérien par des servo-moteurs commandés par la tension d'erreur*) soit électronique (*commande de déphasages*).

Dans les deux cas, le système de poursuite angulaire se conduira comme un filtre passe-bas, ou intégrateur.

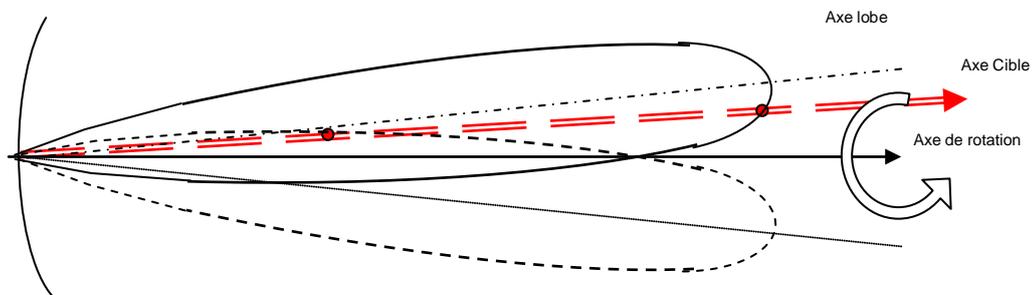
Afin de permettre à la boucle de poursuite angulaire de travailler dans les meilleures conditions, il est nécessaire en outre d'isoler l'objectif poursuivi des autres objets et du bruit interne et externe accompagnant les signaux radar. On se sert pour cela d'une des deux coordonnées de la cible, distance ou doppler en opérant : soit une **poursuite distance** de la cible à l'aide d'une **boucle de télémétrie**, soit un **filtrage doppler** adapté à la vitesse de la cible et suivant l'évolution de celle-ci sous la forme d'une véritable **poursuite doppler**.

Dans les paragraphes qui vont suivre, nous examinerons successivement le principe des procédés de mesure angulaire, et des boucles de télémétrie distance dans le cas d'un radar à impulsions.

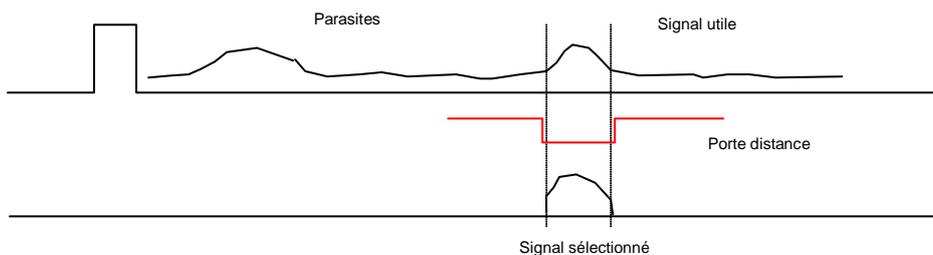
3 POURSUITE ANGULAIRE PAR SCANNING

3.1 PRINCIPE

L'aérien utilisé est un aérien à réflecteur parabolique, éclairé par une source défocalisée. Le lobe d'antenne n'est alors pas orienté sur l'axe mécanique du réflecteur mais il est légèrement décalé par rapport à cet axe. Si, d'autre part, le cornet tourne autour de l'axe de symétrie mécanique de l'aérien, le lobe de l'aérien tourne également autour de cet axe. Cette exploration conique du lobe de l'aérien est désignée sous le nom de « *scanning* » (*exploration, balayage*).



Le radar est un radar à impulsions, et on supposera que l'on a ouvert une fenêtre distance autour de la position de la cible afin de sélectionner le signal utile, de l'isoler des signaux parasites et de ne percevoir le bruit du radar que pendant la durée utile de la mesure.



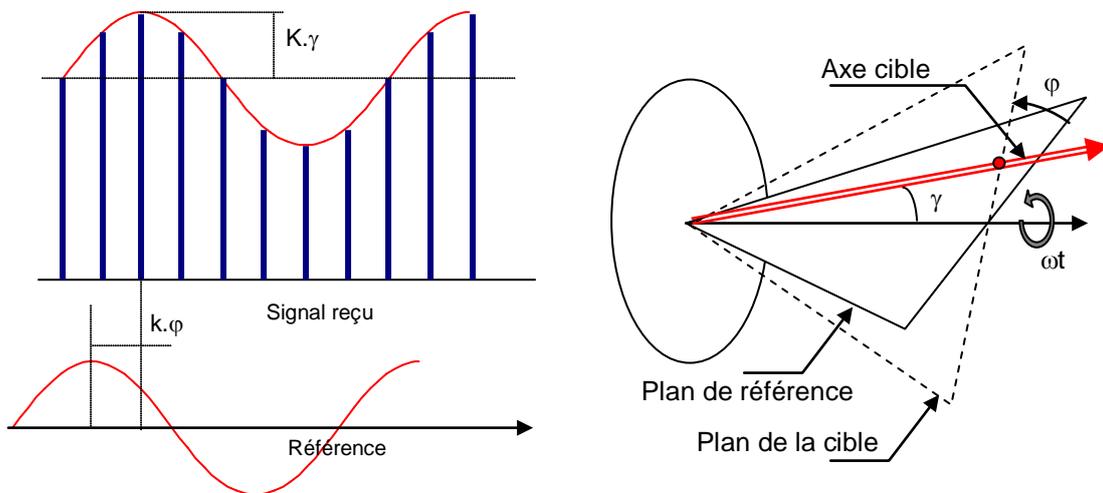
L'énergie de l'écho de retour dépend de la position de l'aérien au moment de la mesure. L'amplitude des échos de retour subira donc du fait de la rotation du lobe d'antenne une variation cyclique, de période égale au temps pris par la source primaire pour faire un tour complet sur son axe.

La variation d'amplitude des échos sera d'autant plus importante que l'axe radar cible sera plus éloigné de l'axe de rotation de la source (*dans la limite du cône formé par la rotation de l'axe du lobe d'antenne*).

Les extrema d'amplitude se produisent aux instants où les trois axes (*rotation, radar-cible, lobe d'antenne*) sont coplanaires, le gain de l'antenne dans la direction de la cible passant alors par la valeur maximale G_1 ou la valeur minimale G_2 . En mesurant la direction du plan : axe de rotation – axe du lobe d'antenne à cet instant, on connaît le plan : axe de rotation – axe radar-cible. En conclusion on déterminera les coordonnées angulaires de la cible en mesurant :

- la variation d'amplitude du signal reçu ce qui donnera la valeur de l'angle de dépointage de la cible,
- la position des extrema d'amplitude du signal reçu par rapport à une référence liée à l'antenne, ce qui donnera le plan dans lequel se trouve la cible.

Le signal reçu est une suite d'impulsions dont l'amplitude suit des variations quasi-sinusoïdales dues au scanning. Le signal de référence est fourni par un générateur attaché à la rotation de la source. L'allure générale de ces signaux est précisée sur le schéma suivant :



Cette forme particulière des signaux nous amènera à réaliser deux signaux de référence, de manière à décomposer le dépointage de la cible en ses deux composantes de site (*plan vertical*) et de gisement (*plan horizontal*), comme nous le verrons plus loin.

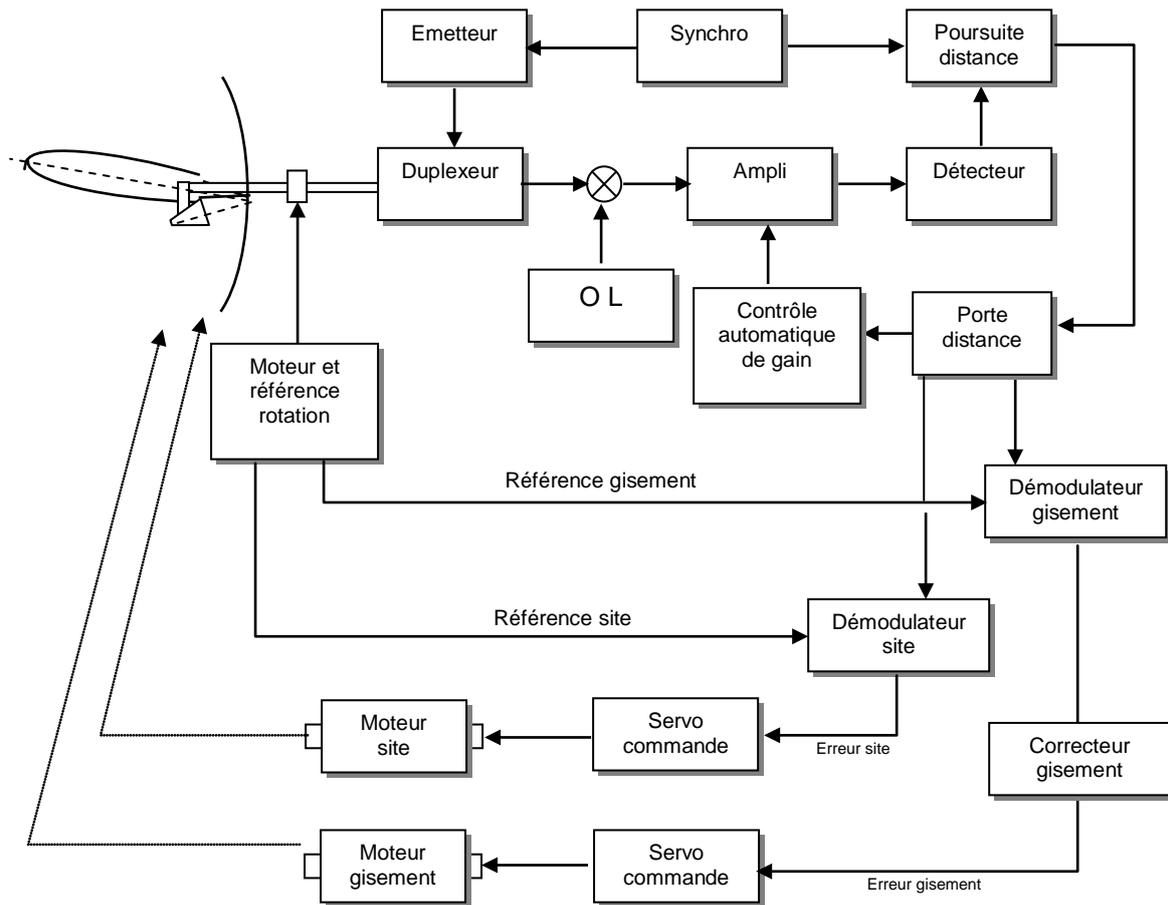
3.2 SCHEMA FONCTIONNEL

Les éléments d'émission réception sont ceux du radar classique à impulsions. Les éléments particuliers à la fonction poursuite consistent dans :

- l'entraînement mécanique de la source,
- les dispositifs de poursuite et sélection distance,
- la boucle de contrôle automatique de gain,
- les démodulateurs site et gisement fournissant les signaux d'erreurs,
- les servocommandes et moteurs site et gisement commandant la position de l'aérien.

Le signal moyenne fréquence est amplifié et détecté par un détecteur linéaire (*ou supposé comme tel*). Chaque impulsion détectée est dirigée vers un dispositif de poursuite distance (*ou télémétrie distance*), qui permet de commander l'ouverture d'une porte de sélection en distance ne laissant passer le signal qu'à l'endroit de la cible en vue des traitements ultérieurs

LES RADARS DE POURSUITE



Ces traitements se décomposent en :

Action sur une commande de contrôle automatique de gain (C.A.G) dont le but est de maintenir constante l'amplitude moyenne du signal en sortie de l'amplificateur moyenne fréquence quelles que soient la distance de l'objectif et sa surface équivalente.

Cette boucle de C.A.G doit être suffisamment lente pour ne pas suivre les variations du signal dues au scanning de l'aérien.

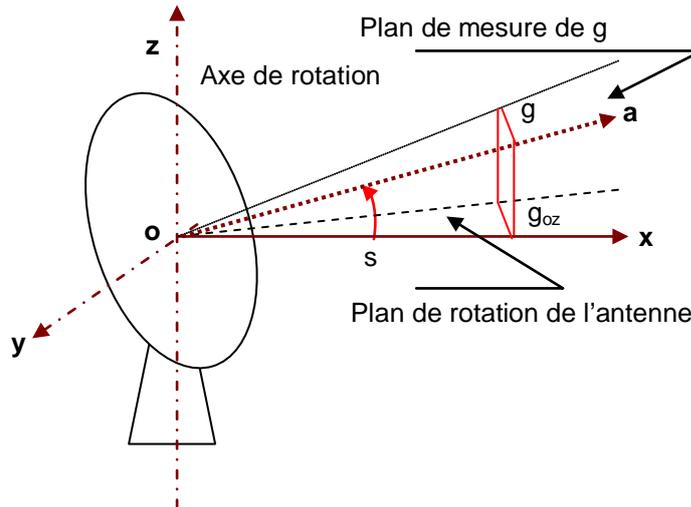
Démodulation du signal reçu (*composé d'un grand nombre d'impulsions*) par rapport à deux références site et gisement. Dans son principe cette démodulation consiste à :

- former l'enveloppe du signal reçu restituant ainsi les variations d'amplitude dues au scanning ;
- former les produits du signal obtenu par rapport aux références site et gisement de manière à décomposer le dépointage de la cible par rapport à l'axe de rotation de la source, en une erreur site et une erreur gisement.

Action sur les servocommandes site et gisement pour ramener l'axe de l'aérien sur la cible et permettre la poursuite angulaire de celle-ci. Cette fonction a pour but de maintenir le faisceau de l'aérien en direction de la cible quel que soit le déplacement de celle-ci.

Les servocommandes, dont le signal d'entrée est l'erreur angulaire mesurée par le radar, devront en outre être compensées par des boucles de stabilisation, de manière à pouvoir suivre avec un traînage suffisamment faible, les évolutions de la cible.

Il faut en outre noter que les mesures angulaires faites par le radar, ne sont pas directement exploitables pour commander les mouvements de l'aérien.



En effet, la direction de la cible est mesurée dans deux plans perpendiculaires passant par l'axe de l'antenne :

- Le plan vertical xOz passant par cet axe qui est bien le plan de site. Le dépointage angulaire correspondant est bien égal à l'erreur de site qui sert à commander la rotation de l'aérien autour de l'axe Oy : $s_{Oy} = s$,
- Le plan perpendiculaire à xOz , passant par la direction pointée par l'antenne oa : oay , qui fait avec le plan de gisement xOy un angle s .

La correspondance entre le dépointage g mesuré dans ce plan, et l'angle de gisement g_{oz} projeté sur le plan horizontal est :

$$g_{oz} \cdot \cos(s) = g$$

pour passer de l'erreur mesurée ε_g , à la rotation d'aérien autour de l'axe vertical de gisement $\varepsilon_{g_{oz}}$ il faudra introduire un facteur de correction $1/\cos(s)$. Dans ce qui suit, nous ne tiendrons pas compte de ce terme correctif et raisonnerons dans des coordonnées liées à l'antenne du radar : ε_s et ε_g , la correction étant supposée faite par ailleurs.

3.3 FORMATION DES SIGNAUX D'ERREUR

Le système de correction d'erreur gisement agit après formation de celle-ci. La formation des signaux d'erreurs peut donc s'étudier dans un système d'axes lié à l'aérien. On définit :

- γ : l'angle formé par l'axe radar cible et l'axe de rotation du lobe d'antenne ;
- φ : l'angle formé par le plan contenant l'axe radar cible et le plan de référence, formé par l'axe de rotation du lobe d'antenne et une horizontale ;
- ε_s : la projection de « γ » dans un plan vertical ;
- ε_g : la projection de « γ » dans le plan de référence.

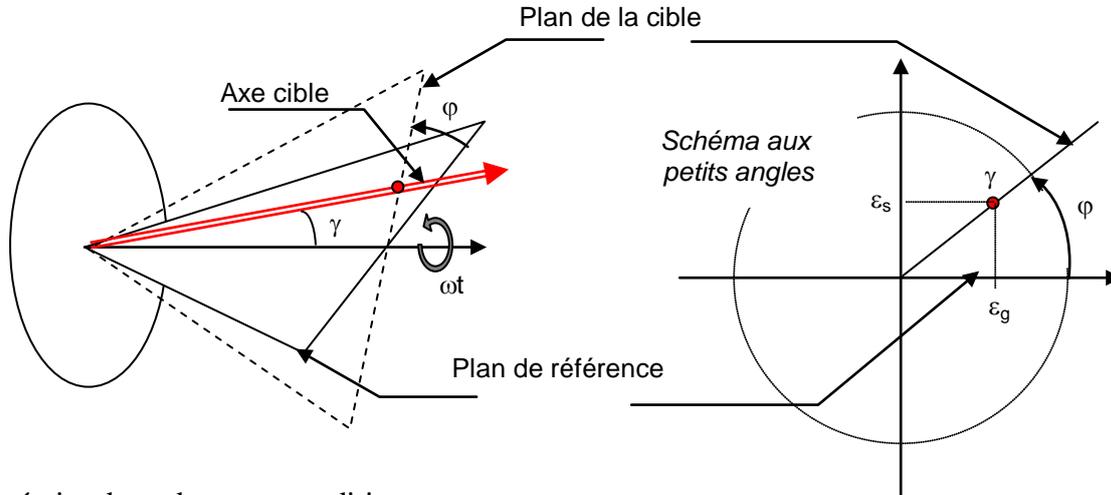
Tant que γ reste petit, on peut considérer qu'à la composante continue « A » se superpose une variation sinusoïdale de l'amplitude du signal reçu, de période égale à la période de rotation de la source, et d'amplitude proportionnelle à $\gamma \cdot A/\theta_0$, soit égale à $k \cdot \gamma \cdot A/\theta_0$; avec :

- θ_0 : ouverture à 3dB du lobe d'antenne ;
- A : amplitude moyenne du signal reçu.

Nous pourrions donc écrire, si ω est la vitesse de rotation du lobe d'antenne, la modulation d'amplitude de $A(t)$ autour de sa valeur moyenne A :

$$A(t) = A \left(1 + \frac{k \cdot \gamma}{\theta_0} (\cos \omega t - \varphi) \right)$$

La figure suivante illustre cette description et schématise les projections de « γ » aux petits angles :



On écrira donc dans ces conditions :

$$\varepsilon_g = \gamma \cdot \cos \varphi$$

$$\varepsilon_s = \gamma \cdot \sin \varphi$$

$$A(t) = A \left(1 + \frac{k \cdot \gamma}{\theta_0} (\cos \omega t \cdot \cos \varphi + \sin \omega t \cdot \sin \varphi) \right)$$

Soit en définitive :

$$A(t) \cong A \left(1 + \frac{k \cdot \varepsilon_g}{\theta_0} \cdot \cos \omega t + \frac{k \cdot \varepsilon_s}{\theta_0} \cdot \sin \omega t \right)$$

Avec :

- ε_g : erreur en gisement.
- ε_s : erreur en site.
- ω : vitesse de rotation de la source.
- k : coefficient lié à l'antenne est exprimé en pourcentage de modulation d'amplitude par pourcentage d'erreur rapportée à la largeur à 3 dB du lobe d'antenne. $k = 1$ signifie 1 % de modulation par % de lobe d'antenne.

Les valeurs optimales de k sont $k \cong 1,1$ lorsque le scanning n'existe qu'à la réception (*poursuite sur répondeur*), $k = 1,5$ pour un scanning émission réception, (*poursuite sur écho de peau*). Leur calcul est fait au chapitre 5 dans le cas d'un lobe « Gaussien ».

Le signal reçu est une suite d'impulsions transposée à la fréquence MF du radar, il subit :

- dans l'amplificateur MF une normalisation d'amplitude grâce à la boucle CAG, (à un coefficient près, le gain de cet amplificateur sera pris égal à $1/A$).
- une détection linéaire suivie d'une démodulation qui consistera :
- sur la voie gisement, en une multiplication par la référence $\cos(\omega t)$ et un filtrage de la composante continue,

- sur la voie site, en une multiplication par la référence $\sin(\omega t)$ et un filtrage de la composante continue.

L'opération correspondante sur la voie gisement donnera :

$$E_g(t) = \frac{1}{A} \cdot \cos \omega t \cdot A(t) = \cos \omega t + \frac{k \cdot \varepsilon_g}{\theta_0} \cdot \cos^2 \omega t + \frac{k \cdot \varepsilon_s}{\theta_0} \cdot \cos \omega t \cdot \sin \omega t$$

$$= \cos \omega t + \frac{k \cdot \varepsilon_g}{2\theta_0} + \frac{k \cdot \varepsilon_g}{2\theta_0} \cos 2\omega t + \frac{k \cdot \varepsilon_s}{2\theta_0} \sin 2\omega t$$

soit après filtrage de la composante continue.

$$E_g = \frac{k \cdot \varepsilon_g}{2\theta_0}, \text{ et de même : } E_s = \frac{k \cdot \varepsilon_s}{2\theta_0}$$

d'où

$$\boxed{\frac{\varepsilon_g}{\theta_0} = \frac{2}{k} E_g} \text{ et } \boxed{\frac{\varepsilon_s}{\theta_0} = \frac{2}{k} E_s}$$

expressions où ε_s et ε_g sont comptés en degrés si θ_0 est en degré.

3.4 INFLUENCE DU BRUIT

S_g et S_s tensions d'erreurs dues au signal utile, sont perturbées par le bruit qui l'accompagne. Nous allons, dans ce paragraphe, exprimer la tension d'erreur due au bruit, et grâce aux relations précédentes, nous ramener à l'erreur angulaire correspondante.

Le bruit moyenne fréquence (*pulsation* Ω) s'écrit :

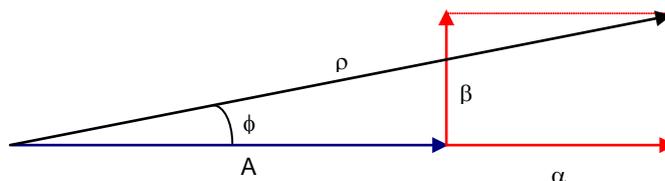
$$n(t) = \alpha \cos(\Omega t) + \beta \cos\left(\Omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

expression dans laquelle α et β sont des variables aléatoires, gaussiennes, de variance égale à la puissance moyenne du bruit B (Cf. chapitre 10 § 10.4).

Nous supposons qu'un bruit de puissance unité accompagne le signal d'amplitude A : $S(t) = A \cdot \cos \Omega t$, ce qui permettra d'écrire en moyenne fréquence :

$$S/B = \frac{\text{Puissance crête du signal MF}}{\text{Puissance moyenne du bruit MF}} = \frac{A^2}{2}$$

La détection linéaire transforme le bruit MF en un bruit vidéf fréquence toujours positif, de loi de probabilité liée à la composition vectorielle du signal et du bruit.



Le détecteur linéaire voit le signal $\rho(\cos \Omega t + \varphi)$ et en prend le module, soit :

$$|\rho| = \sqrt{(A + \alpha)^2 + \beta^2}$$

Si $A \gg 1$ on peut négliger l'effet du terme en quadrature β et écrire :

$$|\rho| \cong A(t) + \alpha(t)$$

au signal utile $A(t)$ est donc superposé un signal parasite d'écart type $\sigma_\alpha = 1$ (bruit de puissance unité) et de valeur moyenne nulle.

Le produit de démodulation par les signaux de référence $\sin\omega t$ et $\cos\omega t$, forme les produits $b(s) = \alpha \cdot \sin\omega t$ et $b(g) = \alpha \cdot \cos\omega t$, variables aléatoires de valeur moyenne nulle, de puissance moyenne $1/2$ donc d'écart type :

$$1/\sqrt{2}.$$

Soit, en tenant compte du gain $1/A$ de la boucle de CAG, le bruit accompagnant chaque signal utile aura, après produit par le signal de référence (site ou gisement) une valeur moyenne nulle et un écart type :

$$\sigma = \frac{1}{A\sqrt{2}}$$

Le filtrage de la composante continue est équivalent à une moyenne des signaux élémentaires sur n impulsions, n est déterminé par la bande d'intégration du servomécanisme site ou gisement.

Si $\Delta F = 2\beta = 2$ fois la bande vidéo du servomécanisme, on a en première approximation

$$n \cong \frac{fr}{\Delta f} \cong \frac{fr}{2\beta}$$

Les différents signaux dus au bruit sont indépendants entre eux : le signal après démodulation et filtrage sera donc accompagné d'un bruit d'écart type :

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1}{A\sqrt{2} \cdot n}$$

A cette tension d'erreur parasite correspond une erreur sur la mesure des angles d'écart type σ_θ , telle que la proportionnalité entre le signal d'erreur et l'erreur angulaire soit celle établie au paragraphe précédent :

$$\frac{\varepsilon_\theta}{\theta_0} = \frac{2}{k} E$$

donc :

$$\frac{\sigma_\theta}{\theta_0} = \frac{2}{k} \sigma_m = \frac{2}{k} \cdot \frac{1}{A\sqrt{2}n}$$

et comme $S/B = A^2/2$:

$$\frac{\sigma_\theta}{\theta_0} = \frac{1}{k\sqrt{n \cdot S/B}}$$

relation qui peut se mettre sous la forme faisant apparaître la bande de filtrage et la fréquence de répétition du radar ($n = fr/2\beta$) :

$$\frac{\sigma_\theta}{\theta_0} = \frac{1,4}{k\sqrt{S/B \cdot fr/\beta}}$$

REMARQUES

Cette relation n'est valable que si le nombre d'impulsions par tour et le nombre de tours par mesure sont suffisants soit : $n \gg 2\pi f_r / \omega \gg 1$. Par exemple :

$$f_r = 1\,000 \text{ Hz}$$

$$\omega = 200\pi \text{ (100 tours par seconde)}$$

$$n = 100 \text{ (n } T_r \approx 0.1 \text{ seconde)}$$

permet d'assurer un remplissage de 10 impulsions par tour et 10 tours par intégration.

La relation précédente a été établie en supposant S/B suffisamment grand devant 1 de manière à ce que :

- l'effet du bruit soit négligeable dans la boucle de CAG,
- le détecteur puisse être considéré comme linéaire.

nous retiendrons que ces relations sont précises pour $S/B \geq 4$ (6 dB) ; pour $S/B < 4$, il faut en outre tenir compte d'un facteur de correction et l'erreur est supérieure à celle précédemment trouvée.

4 POURSUITE ANGULAIRE PAR MONOPULSE

4.1 PRINCIPE

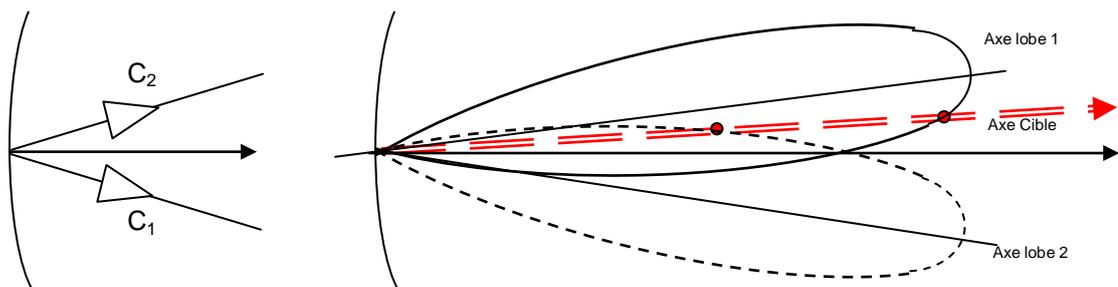
La poursuite angulaire par scanning est soumise à plusieurs limitations qui sont :

- la nécessité de recevoir un grand nombre d'impulsions pour effectuer la mesure car il faut restituer correctement l'enveloppe de la modulation tout en filtrant les termes de fréquence supérieure. Ceci entraîne une durée de mesure relativement grande même pour des rapports S/B élevés.
- les fluctuations de l'objectif, dont la période n'est pas forcément grande devant la durée de la mesure peuvent alors introduire les modulations parasites.

En conséquence, la précision et la rapidité de mesure par le procédé de scanning sont limitées, ce qui a amené à développer une nouvelle technique dite monopulse.

Le procédé monopulse consiste à effectuer les mesures angulaires en traitant chaque impulsion de retour de l'objectif par un aérien à directivité multiple.

Supposons par exemple une antenne formée d'un réflecteur parabolique et de deux cornets identiques placés symétriquement par rapport au foyer du réflecteur :



Chaque cornet C_1 et C_2 est relié à un récepteur. Si la cible se trouve sur l'axe focal de l'aérien, les signaux reçus par les deux récepteurs seront identiques. Par contre, si la cible n'est pas sur cet axe les récepteurs liés aux deux cornets ne recevront pas les mêmes signaux.

La comparaison des signaux reçus dans chaque récepteur doit alors permettre de situer la position de la cible par rapport à l'axe focal de l'aérien à condition de :

- trouver un traitement qui mette en évidence une relation entre une loi d'évolution des signaux et le dépointage angulaire correspondant,
- traiter un signal suffisamment grand devant le bruit du radar de manière que ce bruit n'introduise pas une erreur de mesure prohibitive.

Ces deux points seront traités dans les paragraphes suivants.

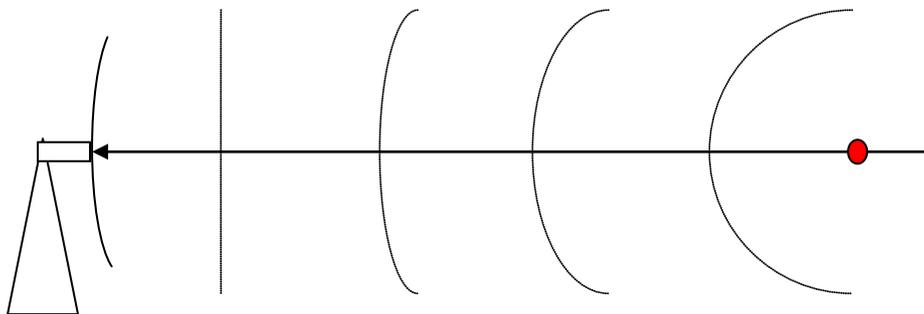
4.2 PROCÉDES D'OBTENTION DES SIGNAUX MONOPULSES

4.2.1 Retour sur la directivité des antennes

Le rerayonnement d'une cible est la somme des ondes réfléchies par chacun des éléments réflecteurs qui la composent.

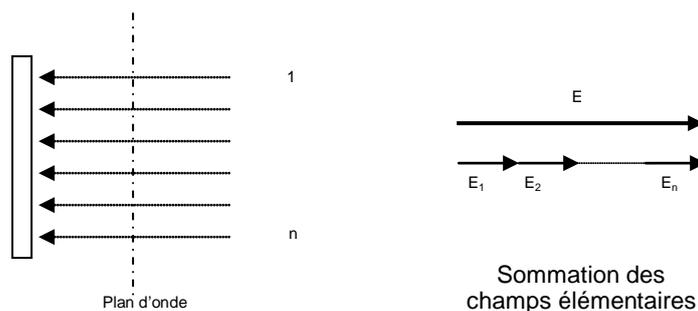
La recombinaison de ces ondes élémentaires forme au niveau du radar un plan d'onde : π dont les caractéristiques moyennes sont :

- ondes élémentaires en phase le long du plan d'onde,
- direction de la normale au plan d'onde confondue avec la direction radar-cible,
- variation d'amplitude des ondes élémentaires négligeable le long de la dimension de l'aérien (5 à 50 m).

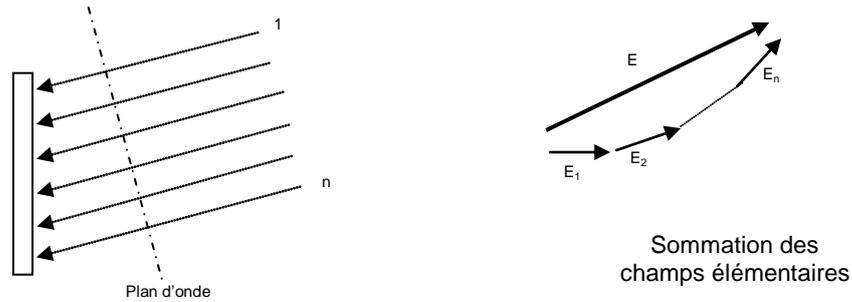


Dans la mesure où on peut négliger la variation d'amplitude de l'onde sur sa surface, l'aérien n'est sensible qu'aux phases relatives des ondes élémentaires lors de leur recombinaison. En particulier, son gain est maximum dans la direction perpendiculaire au plan d'onde car alors toutes les ondes élémentaires collectées sont en phase.

L'aérien peut donc être considéré comme un collecteur d'onde dont le gain ne dépend que de l'angle formé par la normale au collecteur et la normale au plan d'onde, d'où l'effet de directivité schématisé ci-après :



Antenne orientée dans la direction de l'onde incidente



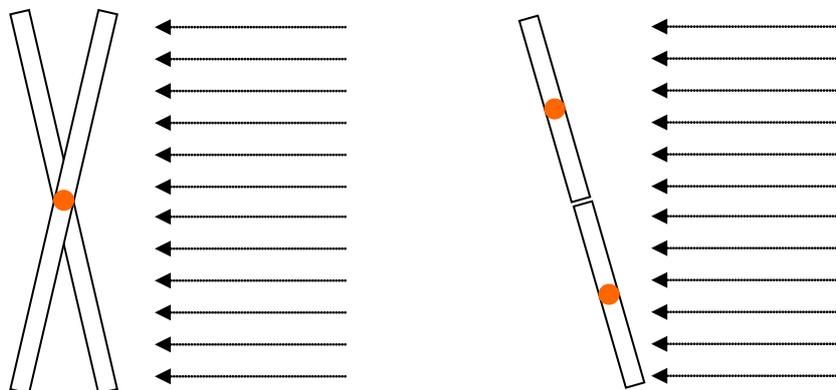
Antenne dépointée par rapport à la direction de l'onde incidente

En outre, la phase du signal reçu, dépend du trajet de l'onde entre la cible et le collecteur.

Le procédé monopulse, consiste à obtenir un collecteur à directivité multiple, qui comporte deux collecteurs d'onde, indépendants. Lorsque l'axe de symétrie de ces deux collecteurs est normal au plan d'onde, les signaux reçus par chacun d'eux sont symétriques, donc d'amplitude et de phase identiques. Dans le cas contraire, les signaux élémentaires sont collectés différemment par les deux collecteurs pour fournir des signaux qui peuvent être différents en amplitude et en phase.

En pratique il est difficile de comparer entre eux deux signaux d'amplitude et de phase différentes. On s'est donc efforcé de se ramener à l'un des deux cas suivants :

- Obtenir des signaux dont les phases soient aussi proches que possible mais d'amplitudes relatives variables. Dans ce cas le procédé prend le nom de **monopulse d'amplitude**. Les collecteurs idéaux permettant de réaliser un monopulse d'amplitude doivent avoir le même « *centre de phase* », leurs normales font entre elles un certain angle.
- Obtenir des signaux dont les amplitudes soient aussi proches que possible, mais de phases relatives variables. Dans ce cas le procédé prend le nom de **monopulse de phase**. Les collecteurs idéaux permettant de réaliser un monopulse de phase doivent avoir des normales parallèles et des centres de phase distincts.



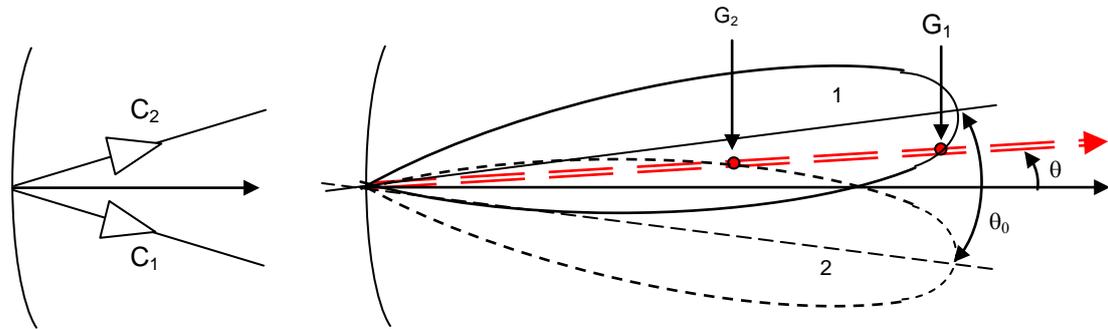
Monopulse d'amplitude

Monopulse de Phase

Le problème posé est de mettre en évidence, l'une ou l'autre de ces particularités.

4.2.2 Monopulse d'amplitude

Par souci de simplification, nous ne considérerons ici que le cas de la mesure des angles dans un seul plan. Le cas typique du monopulse d'amplitude est celui de l'antenne à double cornets déjà citée.



Les deux cornets C_1 et C_2 , symétriques par rapport au foyer de la parabole, produisent des faisceaux symétriques faisant entre eux un angle $\theta_0/2$. L'écartement entre les axes des deux lobes d'antenne θ_0 est environ égale à l'ouverture à 3 dB de chaque lobe $\theta_{3\text{ dB}}$

Une déviation de la direction radar-cible par rapport à l'axe de l'antenne, se solde par une variation relative des amplitudes des signaux reçus, due au fait que la cible est vue par les deux lobes d'antenne sous les gains différents G_1 et G_2 . Sur l'axe 1, l'énergie perçue par le lobe 2 est très faible, et vice versa.

Un effet parasite vient se s'ajouter à l'effet principal du fait que les deux centres de phase des cornets C_1 et C_2 ne sont pas confondus.

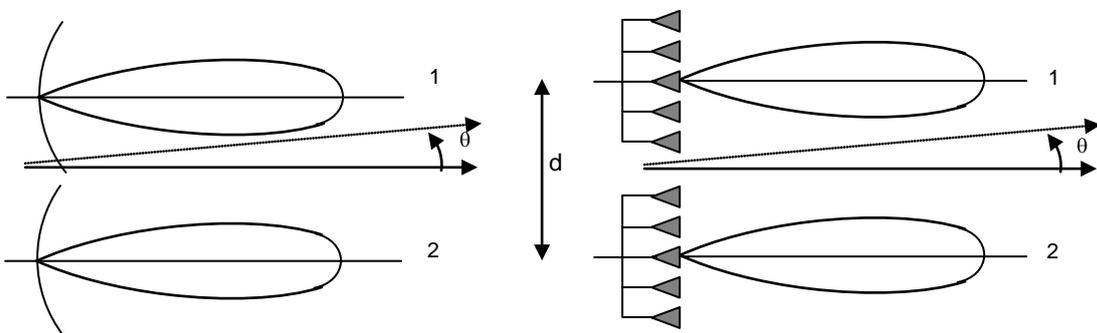
Une faible variation de phase vient alors se superposer à la variation d'amplitude, on peut l'atténuer en utilisant non pas deux cornets distincts, mais une source multimode placée au foyer de la parabole et remplissant les mêmes fonctions.

Nous retiendrons en définitive que dans un monopulse d'amplitude :

- l'effet principal est la variation d'amplitude des signaux des deux voies en fonction de la direction radar-cible.
- l'effet parasite est une variation superposée de la phase relative de ces signaux.

4.2.3 Monopulse de phase

C'est le cas de l'interféromètre à deux antennes, et des radars utilisant des alignements de sources.



Les deux antennes, ou regroupements de sources élémentaires, fournissent quelle que soit la direction de la cible, des signaux d'amplitudes identiques, si les lobes 1 et 2 sont superposables.

Par contre, les centres de phase des antennes étant distantes de d , les phases relatives des signaux recueillis dans chaque voie dépendent de la direction de l'axe radar-cible.

Si θ est l'angle formé par cet axe et l'axe de symétrie de la figure :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

En pratique, il n'est pas toujours possible d'obtenir des lobes élémentaires superposables, les amplitudes des signaux recueillis dans chaque voie sont alors légèrement différentes.

Nous retiendrons donc dans le cas du monopulse de phase que :

- l'effet principal est une variation de la phase relative des signaux des deux voies en fonction de la direction radar-cible,
- l'effet parasite est une variation superposée de l'amplitude relative de ces signaux.

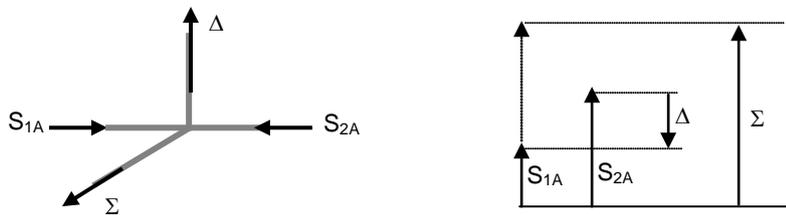
4.2.4 Comparaison des deux procédés

Comme nous le verrons par la suite, on ne traite pas directement dans le cas général les signaux issus des deux collecteurs. Les procédés de traitement utilisés reviennent à comparer la somme Σ et la différence Δ des signaux issus des deux collecteurs : S_1 et S_2 .

On peut former directement $\vec{\Sigma}$ et $\vec{\Delta}$ en disposant un T magique derrière les aériens élémentaires 1 et 2. Ce que nous allons faire dans le cas du monopulse d'amplitude et du monopulse de phase, afin de comparer les deux procédés.

a Monopulse d'amplitude

Les vecteurs représentatifs de S_1 , S_2 , Σ et Δ sont donnés ci-après :



A un coefficient près On peut écrire :

$$\vec{\Sigma}_A = \vec{S}_{1A} + \vec{S}_{2A}$$

$$\vec{\Delta}_A = \vec{S}_{1A} - \vec{S}_{2A}$$

Les deux signaux issus du T magique sont en phase. Δ_A s'annule pour $S_{1A} = S_{2A}$ donc dans l'axe de l'aérien.

Le rapport Δ/Σ est ensuite croissant jusqu'au premier zéro d'un des deux diagrammes réception où on peut écrire que $\Delta \approx \Sigma$, ceci aux environs des axes 1 et 2 pour :

$$\theta \approx \theta_0/2$$

La loi de variation de est monotone entre 1 et 2, au-delà elle peut présenter des ambiguïtés.

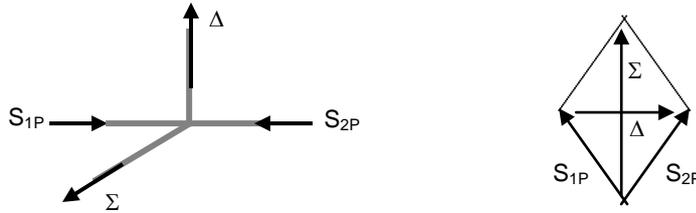
b Monopulse de phase

A un coefficient près on peut écrire :

$$\vec{\Sigma}_p = \vec{S}_{1p} + \vec{S}_{2p}$$

$$\vec{\Delta}_p = \vec{S}_{1p} - \vec{S}_{2p}$$

Les deux signaux issus du T magique sont en quadrature.



Δ_P s'annule dans l'axe. $|\Delta_P| = |\Sigma_P|$ lorsque S_{1P} et S_{2P} sont en quadrature, soit pour :

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta \quad \sin \theta \cong \theta \cong \frac{\lambda}{4d}$$

ou $2d$ est la largeur de l'aérien et en première approximation $\lambda/2d$ est l'ouverture à 3 décibels : $\theta_{3\text{ dB}}$ de l'aérien. Donc :

$$\theta \approx \theta_o/2$$

c Conclusion

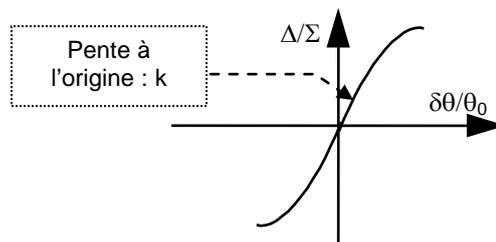
On voit ici que les monopulse d'amplitude et de phase ont, du point de vue des signaux exploitables, des comportements très proches l'un de l'autre. Un simple déphaseur de $\pi/2$ dans la recombinaison des voies, peut donner à l'un l'apparence de l'autre et vice versa.

Les deux procédés sont donc pratiquement identiques, ce qui a fait que suivant la mode on a pu dire que tous les monopulse étaient de phase... ou d'amplitude !

Pour notre part, nous considérons les deux procédés comme équivalents et normaliserons les notations en posant :

$$\begin{aligned} \bar{\Sigma} &= \bar{\Sigma}_A = \bar{\Sigma}_p \text{ référence de phase ;} \\ \bar{\Delta} &= \bar{\Delta}_A = j\bar{\Delta}_p \text{ vecteur différence en phase avec } \Sigma. \end{aligned}$$

Les courbes Δ/Σ en fonction de θ/θ_o ont généralement l'allure suivante :



Les valeurs de la pente « k » varient entre 1,4 et 1,8, selon les lois d'éclairement des antennes.

4.3 TRAITEMENT DES SIGNAUX MONOPULSE

D'après ce qui précède, les traitements monopulse peuvent être complètement disjoints de l'obtention des signaux monopulse. Il n'en reste pas moins vrai que certains d'entre eux sont naturellement adaptés à des formes de signaux issus d'un aérien donné.

4.3.1 Traitement logarithmique

a Principe

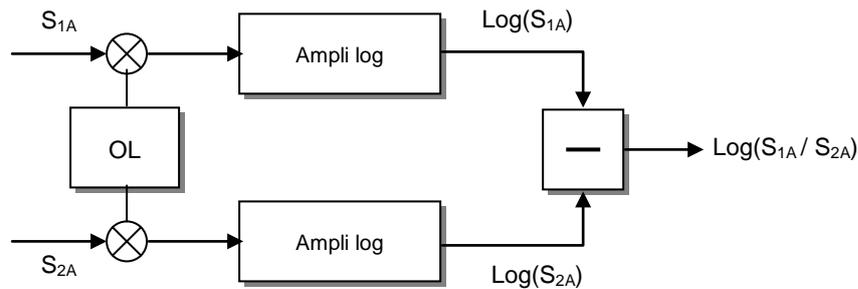
C'est un traitement directement utilisable dans les radars fonctionnant en monopulse d'amplitude pour lesquels les voies \bar{S}_{1A} et \bar{S}_{2A} (en phase et d'amplitudes différentes) sont

directement délivrées par l'antenne. Dans le cas général on peut retrouver ces voies élémentaires en partant de la voie $\bar{\Sigma}$ et de la voie $\bar{\Delta}$ et en formant : $\bar{\Sigma} + \bar{\Delta}$ et $\bar{\Sigma} - \bar{\Delta}$ soit :

$$\begin{aligned} \bar{\Sigma}_A + \bar{\Delta}_A \text{ et } \bar{\Sigma}_A - \bar{\Delta}_A &: \text{ dans le cas d'un monopulse d'amplitude,} \\ \bar{\Sigma}_p + j\Delta_p \text{ et } \bar{\Sigma}_p - j\Delta_p &: \text{ dans le cas d'un monopulse de phase.} \end{aligned}$$

Après avoir subi les changements de fréquence nécessaires, les deux signaux \bar{S}_{1A} et \bar{S}_{2A} sont dirigés vers deux amplificateurs logarithmiques. La tension d'écartométrie est alors obtenue par différence entre les sorties des deux amplificateurs, détectées par des détecteurs linéaires.

Dans ce type de circuit, il n'y a pas de conditions de phase à respecter, la comparaison des voies étant faite en vidéo. Le schéma synoptique du traitement est le suivant :



b Théorie

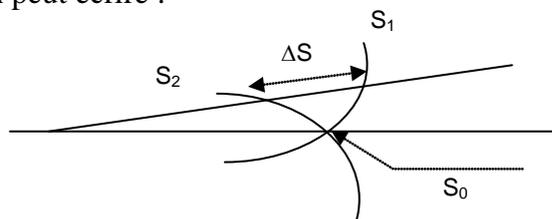
La tension d'erreur en sortie de la comparaison est (G gain de l'aérien) :

$$E = \log S_{1A} - \log S_{2A} = \log \left(\frac{S_{1A}}{S_{2A}} \right) = \log \sqrt{\frac{G_1}{G_2}}$$

En effet, le partage de l'énergie en fonction de l'angle ne se fait qu'à la réception.

Nous allons montrer que E est une fonction simple de Δ et Σ aux environs de l'axe de recouvrement des lobes.

En effet dans cette région on peut écrire :



$$\begin{aligned} S_1 &= S_0 + \frac{\Delta S}{2} ; S_2 = S_0 - \frac{\Delta S}{2} \\ \Sigma &= S_1 + S_2 \cong 2S_0 ; \Delta = S_1 - S_2 = \Delta S \\ \frac{S_1}{S_2} &\cong 1 + \frac{\Delta S}{S_0} \text{ et } \log \left(\frac{S_1}{S_2} \right) \cong \frac{\Delta S}{S_0} \end{aligned}$$

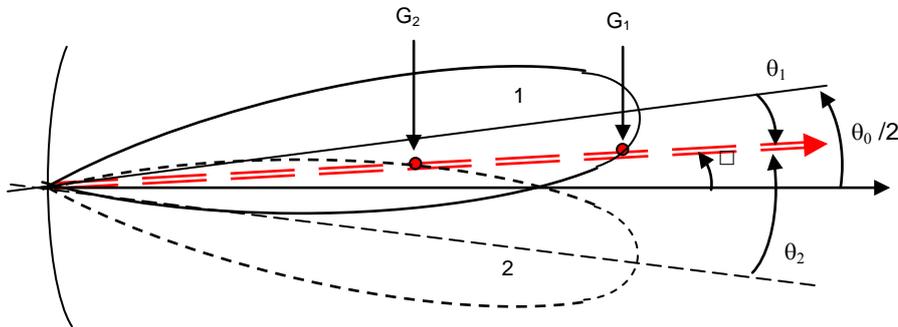
et, comme aux environs du recouvrement des lobes $S_0 = \Sigma/2$

$$E = \frac{2\Delta}{\Sigma}$$

Cette relation nous permettra de calculer dans un cas simple la proportionnalité entre Δ/Σ et le dépointage angulaire.

Plaçons-nous dans l'hypothèse simplificatrice du lobe « gaussien » que l'on peut écrire sous la forme :

$$G = G_0 e^{-2,8(\theta/\theta_0)^2}$$



Dans une réception monopulse nous aurons :

$$\theta_1 = \frac{\theta_0}{2} - \theta, \quad G_1 = G_0 \exp\left\{-\frac{2,8}{\theta_0^2} \left(\frac{\theta_0}{2} - \theta\right)^2\right\}$$

$$\theta_2 = \frac{\theta_0}{2} + \theta, \quad G_2 = G_0 \exp\left\{-\frac{2,8}{\theta_0^2} \left(\frac{\theta_0}{2} + \theta\right)^2\right\}$$

$$\frac{G_1}{G_2} = \exp\left\{-\frac{2,8}{\theta_0^2} \left[\left(\frac{\theta_0}{2} - \theta\right)^2 - \left(\frac{\theta_0}{2} + \theta\right)^2 \right]\right\} = \exp\left\{-\frac{5,6 \cdot \theta}{\theta_0}\right\}$$

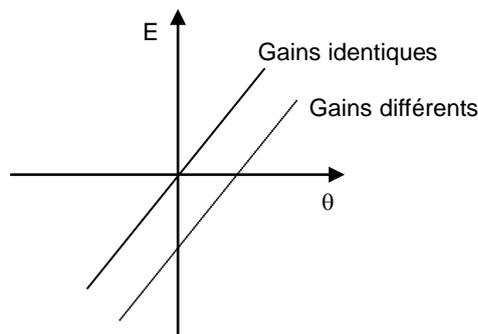
$$E = \frac{1}{2} \log \frac{G_1}{G_2} = 2,8 \frac{\theta}{\theta_0}$$

$$\boxed{\frac{\Delta}{\Sigma} = 1,4 \frac{\theta}{\theta_0}}$$

valeur valable dans le cas d'un « lobe Gaussien ».

c Limitations pratiques

Il est difficile de réaliser deux amplificateurs logarithmiques de gains identiques. Si les deux gains sont différents on obtient un signal : $E = \log(S_1/S_2) + E_0$



La pente de la tension d'erreur ne varie pas, mais le signal ne s'annule plus pour $\theta = 0$. Il en résulte une erreur sur la mesure des angles, indépendante de la position de la cible.

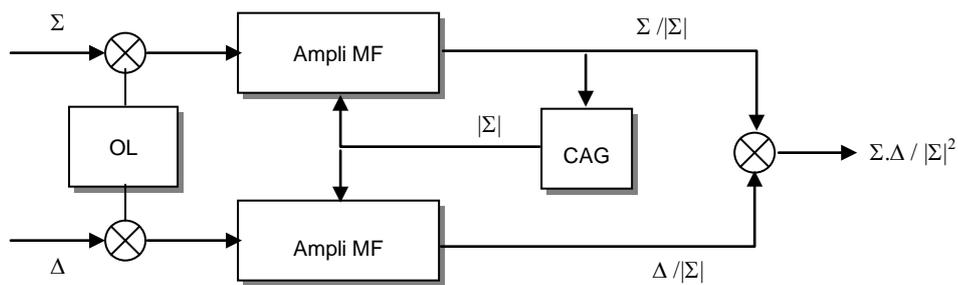
Par ailleurs, les amplificateurs logarithmiques peuvent avoir une constante de temps assez courte, d'où la possibilité de traiter plusieurs cibles simultanément.

Ces deux propriétés font que le traitement logarithmique est très employé dans les radars volumétriques, d'autant plus qu'avec les techniques actuelles il est facile d'effectuer la fonction « *amplificateur logarithmique* » par le calcul numérique. Ce procédé est également utilisé dans les radars de poursuite, les erreurs étant minimisées en permutant alternativement les chaînes de réception des voies Σ et Δ .

4.3.2 Traitement en amplitude par CAG

a Principe

On utilise pour ce traitement les voies Σ et Δ après remise en phase si nécessaire.



Après avoir subi les changements de fréquence nécessaires, les deux signaux somme et différence sont dirigés vers deux amplificateurs MF identiques dont le gain est commandé par une boucle de contrôle automatique de gain (CAG) prise à la sortie de l'amplificateur de la voie somme, de manière à garder une amplitude de sortie constante sur cette voie.

b Théorie

Le gain de chaque amplificateur est alors à un coefficient près égal à $1/|\Sigma|$. L'amplificateur somme délivre $\vec{\Sigma}/|\Sigma|$ et l'amplificateur différence un signal $\vec{\Delta}/|\Sigma|$, si l'amplitude du signal Σ est grande devant le bruit qui l'accompagne.

Après mélange des signaux issus des deux voies dans un détecteur amplitude phase, on obtient le signal produit scalaire des signaux d'entrée.

$$E = \frac{\vec{\Sigma} \cdot \vec{\Delta}}{|\Sigma|^2}$$

qui a pour module $E = |\Delta|/|\Sigma|$ et pour signe celui du quotient Δ/Σ . On peut donc dire, que :

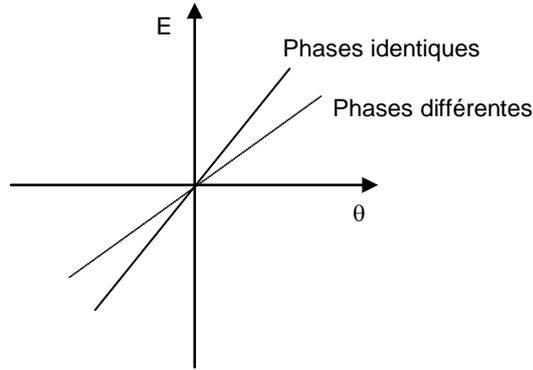
$$E = \frac{\Delta}{\Sigma}$$

c Limitations pratiques

Si les signaux ne sont pas en phase après amplification le détecteur amplitude phase élabore alors, (si $\delta\varphi$ est l'écart de phase entre les deux voies), un signal :

$$E = \left| \frac{\Delta \Sigma}{|\Sigma|^2} \right| \cdot \cos \delta\varphi = \frac{\Delta}{\Sigma} \cdot \cos \delta\varphi$$

ce qui se traduit par une diminution de la pente d'écartométrie.



La tension d'écartométrie s'annule toujours pour $\theta = 0$, la pente variant comme $\cos \delta\phi$ soit de 10 % environ si $\delta\phi = 25^\circ$ et 1,5 % si $\delta\phi = 10^\circ$, ce qui montre que cette condition de phase n'est pas très critique.

Par ailleurs, une variation du gain relatif des deux chaînes provoque également une variation de la pente d'écartométrie.

Les circuits CAG classiques sont à grande constante de temps, ce qui ne permet de traiter qu'une cible à la fois et rend le récepteur sensible aux brouilleurs à bande étroite. On peut pallier à cet inconvénient en utilisant des circuits rapides dits CGAI (*Contrôle de Gain Automatique Instantané*).

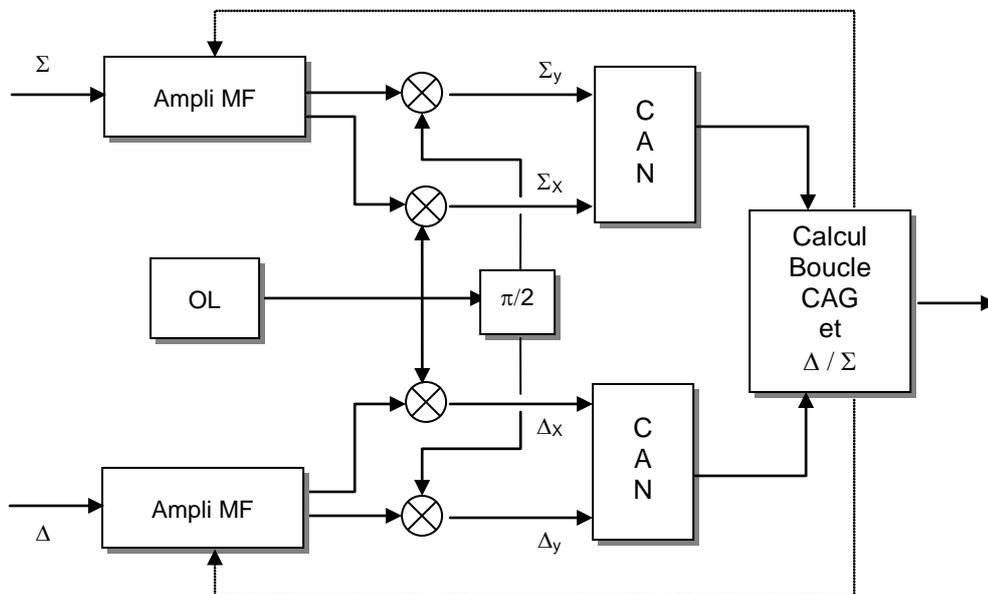
4.3.3 Traitement numérique en amplitude

a Principe

L'évaluation du rapport Δ/Σ sera dans ce cas directement effectuée par un circuit numérique.

Les signaux somme et différence sont après les transpositions convenables amplifiés dans une chaîne à CAG dont le but est de placer convenablement les signaux dans la dynamique de codage.

Ils sont ensuite transposés à la fréquence zéro par une double démodulation qui restitue leurs composantes, lesquelles sont codées et traitées par le calcul.



b Principe du calcul

L'opération consiste au calcul du produit scalaire $\vec{\Delta} \cdot \vec{\Sigma}$, du carré du module de $\vec{\Sigma}$ et du quotient de ces deux entités, connaissant les composantes des signaux

$$\vec{\Sigma} = \Sigma_x + j\Sigma_y$$

$$\vec{\Delta} = \Delta_x + j\Delta_y$$

Ce qui amène à l'expression :

$$\frac{\vec{\Delta} \cdot \vec{\Sigma}}{|\vec{\Sigma}|^2} = \frac{\Delta_x \Sigma_x + \Delta_y \Sigma_y}{\Sigma_x^2 + \Sigma_y^2}$$

soient quatre multiplications, deux additions et une division pour chaque échantillon du signal.

La seule précaution à prendre sera alors d'éviter les divisions par zéro, il suffira pour ce faire de n'effectuer la division que lorsque Σ^2 sera supérieur à un seuil fixé à l'avance.

4.3.4 Traitement en phase

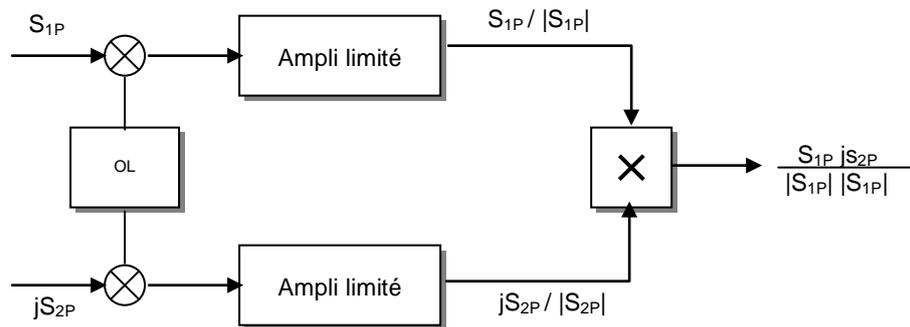
a Principe

C'est un traitement directement utilisable dans les radars fonctionnant en monopulse de phase pour lesquels les signaux S_{1P} et S_{2P} (d'amplitudes égales et de phases différentes) sont directement délivrés par l'antenne.

Dans le cas général, on peut retrouver ces voies élémentaires en formant :

$$\vec{\Sigma} + j\vec{\Delta} \text{ et } \vec{\Sigma} - j\vec{\Delta}$$

Le schéma synoptique du traitement est le suivant, le multiplicateur pouvant être numérique.



b Théorie

Après avoir subi les changements de fréquences nécessaires, les deux signaux S_{1P} et jS_{2P} sont dirigés vers deux amplificateurs limités.

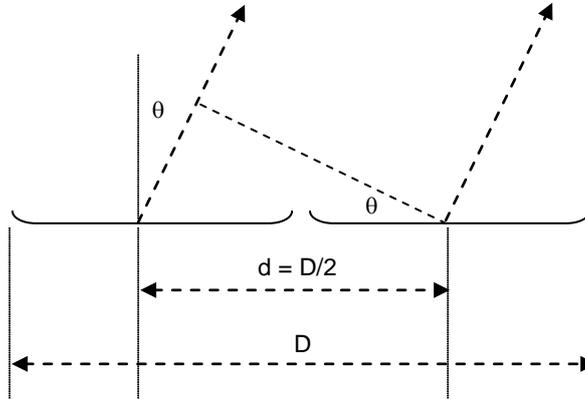
A la sortie de ces amplificateurs limités les modules des signaux sont normés. On trouve donc les signaux :

$$\frac{\vec{S}_{1p}}{|\vec{S}_{1p}|} \text{ et } \frac{j\vec{S}_{2p}}{|\vec{S}_{2p}|}$$

et en sortie du multiplicateur le signal :

$$E = \frac{\bar{S}_{1p} \cdot j\bar{S}_{2p}}{|\bar{S}_{1p}| \cdot |\bar{S}_{2p}|} = \frac{|S_{1p}| |S_{2p}| \sin \Delta\varphi}{|S_{1p}| \cdot |S_{2p}|} \cong \Delta\varphi$$

si $\Delta\varphi$ est le déphasage entre \bar{S}_{1p} et \bar{S}_{2p} près de l'axe de l'aérien.



Dans le cas présenté ci-dessus p on peut écrire :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta \cong \frac{2\pi d}{\lambda} \theta$$

Et, en se rapportant à l'ouverture à 3 dB du lobe d'antenne :

$$\theta_0 \cong \frac{\lambda}{2d}$$

pour une ouverture à rayonnement uniforme, écrire :

$$E \cong \pi \frac{\theta}{\theta_0}$$

Nous allons rapprocher ce résultat de celui obtenu en 4.3.1 en posant :

$$\bar{S}_{1p} = \bar{\Sigma} + j\bar{\Delta} \quad \bar{S}_{2p} = \bar{\Sigma} - j\bar{\Delta} \quad j\bar{S}_{2p} = j\bar{\Sigma} + \bar{\Delta}$$

$$E = \frac{(\bar{\Sigma} + j\bar{\Delta}) \cdot (j\bar{\Sigma} + \bar{\Delta})}{|\bar{\Sigma} + j\bar{\Delta}| \cdot |j\bar{\Sigma} + \bar{\Delta}|} = \frac{2\Sigma\Delta}{\Sigma^2 + \Delta^2}$$

L'opération effectuée étant un produit scalaire

Lorsque $\Delta \ll \Sigma$ on retrouve :

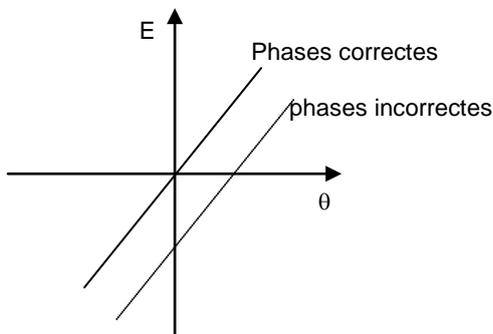
$$E = 2 \cdot \frac{\Delta}{\Sigma}$$

Ce qui permet d'évaluer la pente d'écartométrie : $k \approx 1,57$, pour une loi d'éclairement uniforme. Cette valeur n'est pas limitative, elle dépend (Cf. chapitre 5 § 12) des lois d'éclairement des aériens et varie en pratique entre 1,5 et 1,8.

c Limitations pratiques

Si les déphasages subis par les signaux dans les deux voies ne sont pas identiques, on ne mesure plus l'écart $\Delta\varphi$ entre \bar{S}_1 et \bar{S}_2 mais $\Delta\varphi + \varphi_0$; le signal de sortie est donc :

$$E = 2 \frac{\Delta}{\Sigma} + E_0$$



Cette erreur se traduit par un décalage du zéro, la pente d'écartométrie restant constante. Il semble pourtant qu'il soit plus facile au plan technologique d'obtenir deux chaînes d'amplification correctes du point de vue phase que du point de vue amplitude, ce qui fait que ce système est employé pour des radars de poursuite.

Une erreur d'amplitude après formation des signaux S_1 et S_2 n'a aucune influence par la suite, les signaux étant traités par des amplificateurs limités.

Les amplificateurs limités ayant une constante de temps très courte ce système peut permettre la poursuite de plusieurs cibles simultanées.

4.4 INFLUENCE DU BRUIT

Les signaux utiles sont dans chaque voie accompagnés d'un bruit thermique. Nous allons examiner l'erreur apportée par ce bruit dans les trois cas suivants :

- traitement en amplitude par CAG,
- traitement par amplificateurs logarithmiques,
- traitement en phase.

Pour ce faire, nous prendrons comme référence de phase le signal moyenne fréquence de la voie somme : $\Sigma \text{Cos } \Omega t$ et nous retiendrons que ce signal utile est accompagné d'un bruit de puissance unité qui en moyenne fréquence s'écrit :

$$n(t) = \alpha \text{Cos}(\Omega t) + \beta \text{Cos}\left(\Omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

α et β étant alors des variables aléatoires, gaussiennes, d'écart type (Cf. chapitre 10 § 10.3) égal à 1. Dans ces conditions ; le rapport signal sur bruit s'écrira en moyenne fréquence :

$$S/B = \frac{\text{Puissance crête du signal MF}}{\text{Puissance moyenné du bruit MF}} = \frac{\Sigma^2}{2}$$

On appellera η_Σ le bruit de la voie somme, η_Δ le bruit de la voie différence.

4.4.1 Traitement par CAG

Nous écrivons les signaux sous la forme vectorielle (*j rotation $\pi/2$*) ; à l'entrée nous avons :

$$\text{Voie Somme : } \vec{\Sigma} + \vec{\alpha}_{\Sigma} + j\vec{\beta}_{\Sigma}$$

$$\text{Voie Différence : } \vec{\Delta} + \vec{\alpha}_{\Delta} + j\vec{\beta}_{\Delta}$$

après passage dans les amplificateurs MF à CAG (voir 4.3.2) on aura :

$$\text{Voie Somme : } \frac{\vec{\Sigma} + \vec{\alpha}_{\Sigma} + j\vec{\beta}_{\Sigma}}{\left| \vec{\Sigma} + \vec{\alpha}_{\Sigma} + j\vec{\beta}_{\Sigma} \right|}$$

$$\text{Voie Différence : } \frac{\vec{\Delta} + \vec{\alpha}_{\Delta} + j\vec{\beta}_{\Delta}}{\left| \vec{\Sigma} + \vec{\alpha}_{\Sigma} + j\vec{\beta}_{\Sigma} \right|}$$

Le multiplicateur fait le produit scalaire des deux signaux, ce qui donne :

$$E = \frac{(\vec{\Sigma} + \vec{\alpha}_{\Sigma} + j\vec{\beta}_{\Sigma})(\vec{\Delta} + \vec{\alpha}_{\Delta} + j\vec{\beta}_{\Delta})}{(\Sigma + \alpha_{\Sigma})^2 + \beta_{\Sigma}^2}$$

Le numérateur de cette expression s'écrit : (*vecteurs en phase produits des modules, vecteurs en quadrature produits nuls*),

$$\Sigma \cdot \Delta + \Sigma \cdot \alpha_{\Delta} + \alpha_{\Sigma} \cdot \Delta + \alpha_{\Sigma} \cdot \alpha_{\Delta} + \beta_{\Sigma} \cdot \beta_{\Delta}$$

Cette expression se simplifie dans le cas où :

- la cible est proche du centre du lobe ($\Sigma \gg \Delta$)
- le rapport signal sur bruit est grand devant 1 ($\Sigma \gg \alpha$ ou β) et devient :

$$E \cong \frac{\Sigma \cdot \Delta + \Sigma \cdot \alpha_{\Delta}}{(\Sigma)^2}$$

$$E \cong \frac{\Delta}{\Sigma} + \frac{\alpha_{\Delta}}{\Sigma}$$

On notera que deux conditions doivent être remplies pour que cette approximation soit valable et qu'en particulier pour un dépointage de $\theta_0/2$ pour lequel $\Delta \cong \Sigma$ on aurait :

$$E \cong \frac{\Delta}{\Sigma} + \frac{\alpha_{\Delta}}{\Sigma} + \frac{\alpha_{\Sigma}}{\Sigma}$$

Le monopulse n'atteint donc sa performance optimale qu'aux environs de l'axe d'écartométrie ; dans ce cas, seule la composante du bruit en phase avec le signal dans la voie différence vient perturber la mesure.

4.4.2 Traitement par amplificateurs logarithmiques

Plaçons-nous dans le cas où \bar{S}_{1A} et \bar{S}_{2A} sont traités directement (voir 4.3.1) et appelons :

- $\bar{\alpha}_1 + j\bar{\beta}_1$ le bruit de la voie S_1
- $\bar{\alpha}_2 + j\bar{\beta}_2$ le bruit de la voie S_2
- $\bar{\Sigma} = \bar{S}_{1A} + \bar{S}_{2A}$ signal somme équivalent,
- $\bar{\Delta} = \bar{S}_{1A} - \bar{S}_{2A}$ signal différence équivalent,

La tension d'erreur en sortie de la comparaison est :

$$E = \log \frac{|\bar{S}_{1A} + \bar{\alpha}_1 + j\bar{\beta}_1|}{|\bar{S}_{2A} + \bar{\alpha}_2 + j\bar{\beta}_2|} = \log \sqrt{\frac{(S_{A1} + \alpha_1)^2 + \beta_1^2}{(S_{2A} + \alpha_2)^2 + \beta_2^2}}$$

si le rapport signal/bruit est suffisamment élevé, on peut négliger β devant $(S + \alpha)$ et il vient :

$$E \cong \log \frac{S_{1A} + \alpha_1}{S_{2A} + \alpha_2} = \log \left(\frac{S_{1A} \left(1 + \frac{\alpha_1}{S_{1A}}\right)}{S_{2A} \left(1 + \frac{\alpha_2}{S_{2A}}\right)} \right)$$

$$E \cong \log \left(\frac{S_{1A}}{S_{2A}} \right) + \log \left(1 + \frac{\alpha_1}{S_{1A}} \right) - \log \left(1 + \frac{\alpha_2}{S_{2A}} \right)$$

et comme $S \gg \alpha$

$$E \cong \log \left(\frac{S_{1A}}{S_{2A}} \right) + \frac{\alpha_1}{S_{1A}} - \frac{\alpha_2}{S_{2A}}$$

Nous avons vu qu'aux environs de l'axe d'écartométrie :

$$\log \left(\frac{S_{1A}}{S_{2A}} \right) \cong \frac{2\Delta}{\Sigma}, \text{ et } S_{1A} \cong S_{2A} \cong \frac{\Sigma}{2}$$

$$E = 2 \left(\frac{\Delta}{\Sigma} + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\Sigma} \right)$$

Or $\alpha_1 - \alpha_2$ est l'opération qui aurait normalement été faite dans la formation de la voie ($\Delta = S_1 - S_2$). $\alpha_1 - \alpha_2$ représente donc le bruit de la voie Δ en phase avec le signal $\bar{\Delta}$ donc :

$$E = 2 \left(\frac{\Delta}{\Sigma} + \frac{\alpha_{\Delta}}{\Sigma} \right)$$

Dans ce cas encore c'est le bruit de la voie Δ qui est prépondérant aux environs de l'axe d'écartométrie. La remarque précédente reste vraie en ce qui concerne la dégradation des paramètres en fonction du dépointage quoique les calculs soient moins évidents.

4.4.3 Traitement en phase

Nous avons vu (voir 4.3.4) que le traitement en phase amenait la formation d'un signal d'erreur.

$$E = \frac{(\vec{\Sigma} + j\vec{\Delta}) \cdot (j\vec{\Sigma} + \vec{\Delta})}{\Sigma^2 + \Delta^2}$$

en présence de bruit cette expression devient :

$$E = \frac{(\vec{\Sigma} + \vec{\alpha}_{\Sigma} + j\vec{\beta}_{\Sigma} + j\vec{\Delta} + j\vec{\alpha}_{\Delta} - \vec{\beta}_{\Delta}) \cdot (j\vec{\Sigma} + j\vec{\alpha}_{\Sigma} - \vec{\beta}_{\Sigma} + \vec{\Delta} + \vec{\alpha}_{\Delta} + j\vec{\beta}_{\Delta})}{(\Sigma + \alpha_{\Sigma})^2 + \beta_{\Sigma}^2 + (\Delta + \alpha_{\Delta})^2 + \beta_{\Delta}^2}$$

Plaçons nous directement dans le cas où $\Sigma \gg \Delta$ et $\Sigma \gg \alpha$ ou β , et effectuons le produit scalaire. Il vient :

$$E \cong \frac{-\Sigma\beta_{\Sigma} + \Sigma\Delta + \Sigma\alpha_{\Delta} + \Sigma\beta_{\Sigma} + \Sigma\Delta + \Sigma\alpha_{\Delta}}{\Sigma^2}$$

Soit :

$$E \cong 2 \left(\frac{\Delta}{\Sigma} + \frac{\alpha_{\Delta}}{\Sigma} \right)$$

Dans ce cas également, c'est la composante α_{Δ} du bruit de la voie Δ en phase avec le signal Δ qui est prépondérante aux environs de l'axe d'écartométrie, et des réserves sont à faire quant au comportement du système loin de cet axe ; une dégradation est à prévoir en fonction du dépointage.

4.4.4 Synthèse

Dans les trois cas nous avons abouti à un signal d'écartométrie qui est à un coefficient près :

$$E = \frac{\Delta}{\Sigma} + \frac{\alpha_{\Delta}}{\Sigma}$$

et nous avons établi précédemment l'équation

$$\frac{\Delta}{\Sigma} = k \frac{\theta}{\theta_0} = E \text{ soit : } \frac{\theta}{\theta_0} = \frac{E}{k}, \text{ et : } \frac{\sigma_{\theta}}{\theta_0} = \frac{\sigma_E}{k}$$

La présence du bruit (de puissance unitaire) introduit une tension d'erreur d'écart type :

$$\sigma_E = \frac{\sigma_{\alpha\Delta}}{\Sigma} = \frac{1}{\Sigma}$$

qui entraîne sur la mesure des angles une erreur aléatoire d'écart type σ_{θ} tel que la proportionnalité entre le signal d'erreur et l'erreur angulaire soit celle précédemment établie :

$$\frac{\sigma_{\theta}}{\theta_0} = \frac{1}{k \cdot \Sigma}, \text{ avec : } \frac{\Sigma^2}{2} = S/B$$

$$\frac{\sigma_{\theta}}{\theta_0} = \frac{1}{k \sqrt{2S/B}}$$

REMARQUES :

a Comportement aux faibles valeurs de S/B

Nous avons noté que le calcul de σ_0 était valable près de l'axe de l'aérien pour $\Delta \ll \Sigma$, si cela n'est pas le cas, la formule empirique suivante permet de chiffrer la dégradation de l'écart type de la mesure :

$$\sigma_{\Delta} = \sigma_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta}{\Sigma}\right)^2}$$

De même, si $S/B < 6$ dB, les résultats théoriques précédents ne sont plus valables, on peut noter :

- une augmentation de l'écart type de l'erreur pouvant atteindre 20 % pour $S/B \approx 0$ dB
- une perte de sensibilité de la mesure, la valeur moyenne mesurée n'étant plus θ , mais une valeur plus faible assez bien représentée par la formule empirique :

$$\theta' = \theta \cdot \frac{S/B + 9}{15} \quad ; \text{ pour } : -6 \text{ dB} < S/B < 6 \text{ dB}$$

On voit donc que des poursuites sont encore possibles pour $S/B = 0$ dB.

b Problèmes liés à la quantification du signal

Ils sont assez complexes, et nous limiterons à quelques effets principaux :

En règle moyenne, nous retiendrons que l'effet de la quantification peut être rendu acceptable, dès que le bruit de quantification est couvert par le bruit thermique du signal¹ et que la référence signal occupe au moins deux pas de quantification.

Si q est le pas de quantification choisi, cela entraîne :

$$\sigma_b^2 \geq q^2 / 12$$

$$\Sigma \geq 2q$$

La seconde condition est en fait la plus sévère, en effet, si $S/B = 6$ dB :

$$\frac{\Sigma^2}{2\sigma_b^2} = \frac{4q^2}{2\sigma_b^2} = 4, \text{ entraîne ; } \sigma_b^2 = \frac{q^2}{2}$$

En pratique, on fixera donc le premier bit de codage au niveau du bruit thermique pour les signaux faibles, le CAG n'agissant que pour des signaux très forts. Dans ce dernier cas, pour ce qui concerne les traitements en amplitude qui travaillent aux alentours de $\Delta = 0$, on notera que lorsque le bruit « thermique » devient faible, un effet de « seuil » de la mesure peut apparaître si $\Delta < q$.

Les considérations qui précèdent entraînent dans chaque cas une dynamique de codage adaptée aux rapports extrêmes d'amplitude des signaux traités, y compris les échos fixes, si le traitement monopulse est effectué après un filtrage doppler numérique.

¹ Le bruit « thermique » qui accompagne le signal a dans ce cas un effet bénéfique en venant « porter » les signaux faibles.

4.4.5 Moyennage de plusieurs mesures, comparaison avec le scanning

Lorsque la mesure des angles se fait par moyennage de plusieurs mesures élémentaires, l'erreur globale (*dans le cas d'une cible non fluctuante*) devient σ/\sqrt{n} . On peut comme dans le cas du radar à scanning considérer que cette moyenne est faite par le servomoteur de commande, et écrire pour le **radar monopulse** en posant :

$$n = \frac{fr}{2\beta} \text{ et } k = k_m$$

$$\frac{\sigma_\theta}{\theta_0} = \frac{1}{k_m \sqrt{2 S/B \cdot n}} = \frac{1}{k_m \sqrt{S/B \cdot fr / \beta}}$$

expression à comparer avec celle obtenue pour le **radar à scanning** en posant $k = k_s$ dans l'expression du paragraphe 3.4.

$$\frac{\sigma_\theta}{\theta_0} = \frac{1}{k_s \sqrt{S/B \cdot n}} = \frac{1,4}{k_s \sqrt{S/B \cdot fr / \beta}}$$

k_s est de l'ordre de $\left\{ \begin{array}{l} 1,5 \text{ pour un scanning émission réception,} \\ 1,1 \text{ pour un scanning réception,} \end{array} \right.$

k_m est de l'ordre de $\left\{ \begin{array}{l} 1,5 \text{ pour un monopulse classique,} \\ 1,8 \text{ pour un monopulse optimisé.} \end{array} \right.$

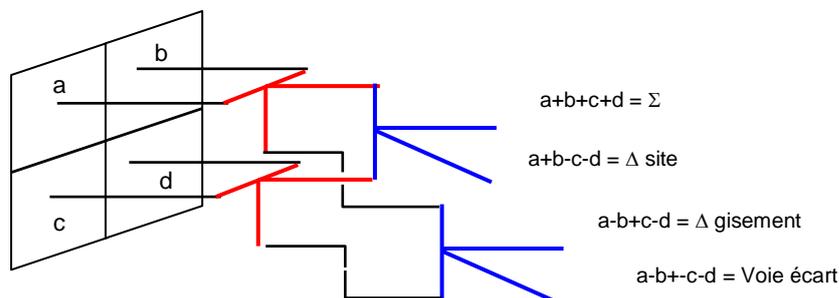
Ces relations donnent l'avantage au monopulse, qui semble être un procédé proche de l'optimum pour la mesure des angles. En outre le monopulse est un procédé plus rapide, aucune condition particulière ne venant imposer un temps minimum d'intégration, ce qui le rend tout à fait compatible des antennes à balayage électronique.

Il faut noter néanmoins que :

- le monopulse est un procédé plus coûteux,
- les performances du monopulse se dégradent plus rapidement que celles du scanning pour les rapports S/B faibles,
- les performances du monopulse ne sont optimales que très près de l'axe d'écartométrie.

4.5 ORGANISATION D'UN RADAR DE POURSUITE MONOPULSE

Dans un radar de poursuite, la mesure des angles doit être faite en site et en gisement, l'aérien est donc organisé pour fournir une voie somme, une voie différence site, et une voie différence gisement. Le principe de cette organisation peut se retrouver à partir d'une antenne à 4 voies (*ou quatre sections*) les voies étant réunies entre elles à l'aide de T magiques.

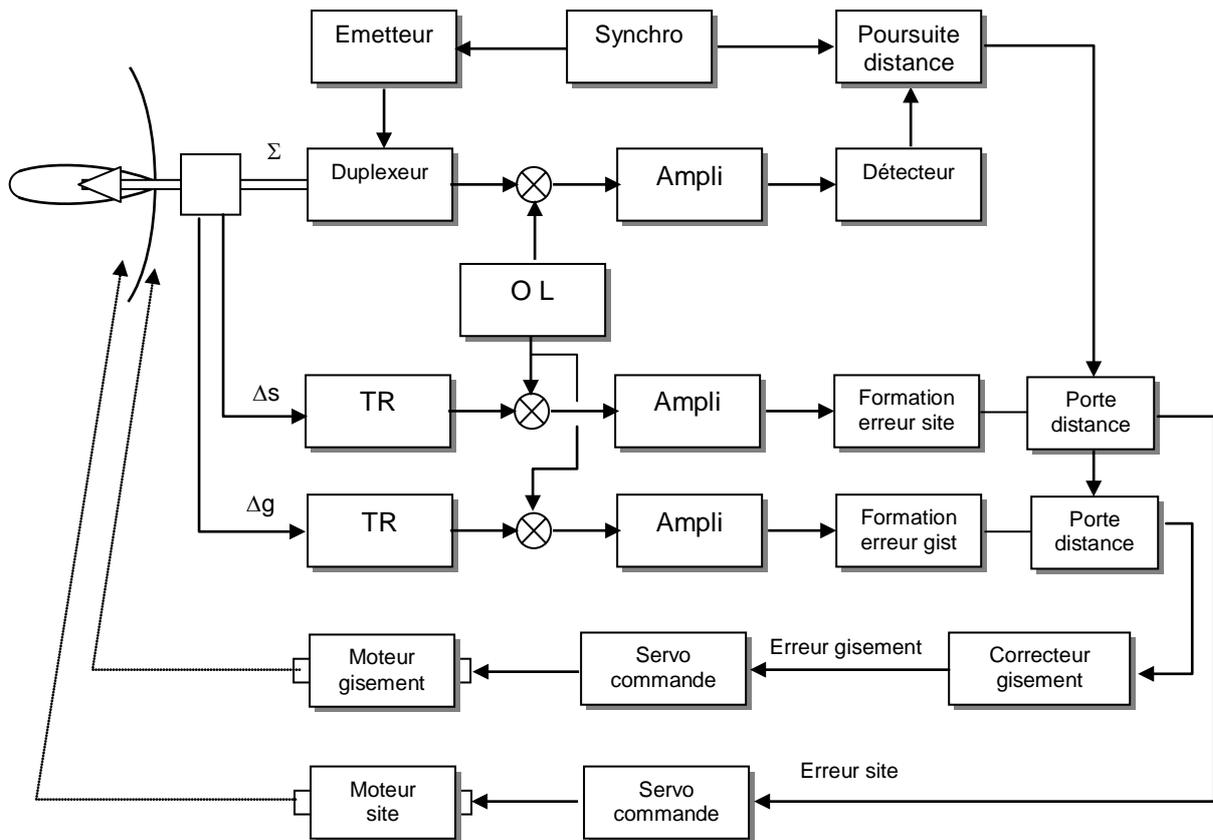


- La voie Σ reçoit la somme des puissances des signaux recueillis par les voies a.b.c.d.
- La voie Δ_s effectue la différence haut-bas.
- La voie Δ_g effectue la différence droite-gauche.

On est ainsi ramené à un problème plan, pour chacune des écartométries site et gisement. L'émission se fait par la voie Σ , l'aérien se comportant alors comme un aérien à lobe unique.

La réception se fait sur les 3 voies ; Σ , (à l'aide d'un duplexeur), Δ_s et Δ_g (qui sont protégés à l'émission par des TR ou des isolateurs, commutateurs à diodes, limiteurs à diode... etc.).

Le schéma de principe du traitement est le suivant :



On retrouve ici un certain nombre d'éléments communs avec le radar à scanning : poursuite distance, portes, servocommande et moteurs.

La servocommande gisement doit également dans ce cas comporter un correcteur $1/\cos s$.

Le traitement des signaux issus de l'aérien nécessite trois chaînes de réception, la formation des signaux d'erreur pouvant être faite par l'une quelconque des techniques étudiées précédemment.

REMARQUE

Les défauts de l'aérien peuvent venir perturber la mesure. En particulier le zéro de la voie différence n'est jamais parfait, il subsiste un signal résiduel Δ_r en quadrature avec le signal différence principal Δ . La présence de ce signal résiduel vient fausser le résultat de la mesure, chaque fois que le traitement ne permet pas son élimination.

Par exemple dans le cas du traitement par contrôle automatique de gain on écrira :

$$E = \frac{\bar{\Sigma} \cdot (\bar{\Delta} + j\bar{\Delta}_r)}{\Sigma^2}$$

si les voies ont entre elles un déphasage $\Delta\varphi$ (voir 4.3.3) le signal de sortie devient :

$$E = \left| \frac{\Delta}{\Sigma} \right| \cos(\Delta\varphi) + \left| \frac{\Delta_r}{\Sigma} \right| \sin(\Delta\varphi)$$

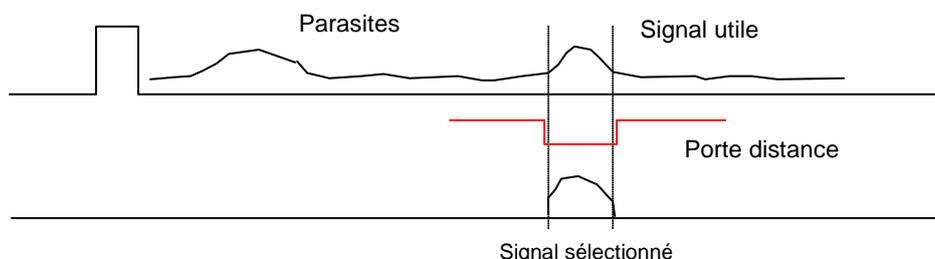
d'où une dérive du zéro monopulse venant s'ajouter à l'effet du bruit thermique. La réalisation d'un radar monopulse devra donc être très soignée au niveau de l'aérien comme au niveau des chaînes de réception.

5 LA POURSUITE EN DISTANCE

5.1 PRINCIPE

Nous considérerons le cas où le radar utilisé est un radar classique à impulsions. Un tel radar reçoit en plus du signal provenant de la cible poursuivie, des signaux parasites, des signaux en provenance d'autres cibles et du bruit. La fonction à assurer est la séparation de l'écho utile des autres échos ou signaux parasites.

Cette séparation peut être faite en distance par le processus suivant :



L'écho renvoyé par la cible utile parvient au radar au bout d'un temps (compté à partir de l'émission radar) égal au temps de trajet de l'onde.

Le récepteur du radar contient une porte en distance qui ne laisse passer la vidéo que pendant un laps de temps précis correspondant à l'instant de retour de l'écho utile.

La poursuite en distance est le procédé grâce auquel le délai d'ouverture de la porte distance est adapté à l'instant de retour de l'écho utile, de manière à recueillir une suite continue d'informations en provenance de la cible poursuivie.

Les opérations fondamentales d'une poursuite en distance sont :

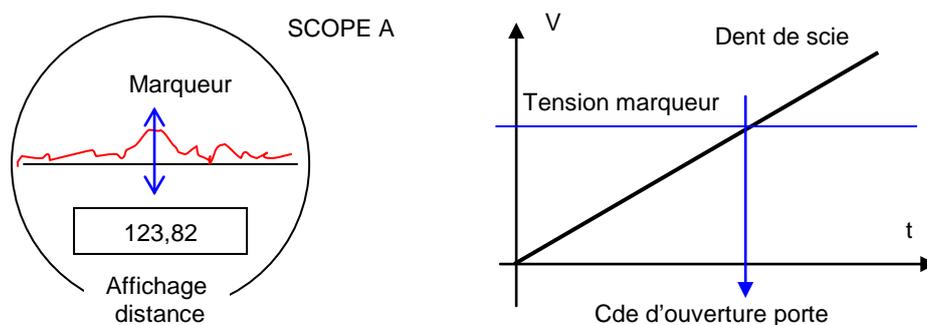
- génération de signaux de référence liés à l'instant d'émission du radar,
- utilisation de ces signaux de référence pour la commande d'ouverture de la porte adaptée aux échos utiles,
- comparaison des positions relatives de la porte et des échos utiles,
- correction de la position de la porte dans le but de rechercher la meilleure coïncidence possible,
- mesure et affichage du retard ainsi engendré pour obtenir la distance de la cible poursuivie.

Dans un radar de poursuite, cette opération se déroule d'une manière continue pendant une période relativement longue. Ceci permet une précision finale de mesure de la distance assez importante. Cette précision sera limitée par le bruit thermique accompagnant le signal utile, et par les effets liés aux déplacements de la cible (*vitesse, accélération*).

Les performances obtenues dépendront des procédés utilisés pour assurer la poursuite en distance.

5.2 POURSUITE MANUELLE

C'est le procédé le plus simple quoique rarement utilisé à ce jour. Ici, la vidéo du radar est dirigée vers un scope A comportant un marqueur commandé par un opérateur.



L'opérateur centre le marqueur sur l'écho de la cible à poursuivre, lequel reste visible si la rémanence du scope est convenable. La tension de commande du marqueur est comparée à chaque récurrence à la tension en dent de scie commandant le scope A, dont l'origine est l'instant d'émission du radar.

La coïncidence des deux tensions provoque l'ouverture d'une porte sur la voie destinée à la mesure angulaire. La tension marqueur peut également être décodée et transformée en message distance, la position du marqueur étant par ailleurs lisible directement sur le scope A qui comporte une échelle graduée en distance.

La correction de position du marqueur est ici faite directement par l'opérateur qui peut positionner celui-ci sur le centre de l'écho de retour.

La précision de la poursuite en distance est liée à l'opérateur, elle peut atteindre une fraction de la durée de l'écho utile, si le système d'affichage de la position du marqueur est suffisamment fin. (*utilisation de démultiplification, affichage de la tension du marqueur par potentiomètre, etc...*).

La poursuite manuelle devient difficile en présence d'interférences (*pertes momentanées de l'écho utile*) ou de clutter (*nuages, échos de sol*) qui peuvent masquer l'écho utile.

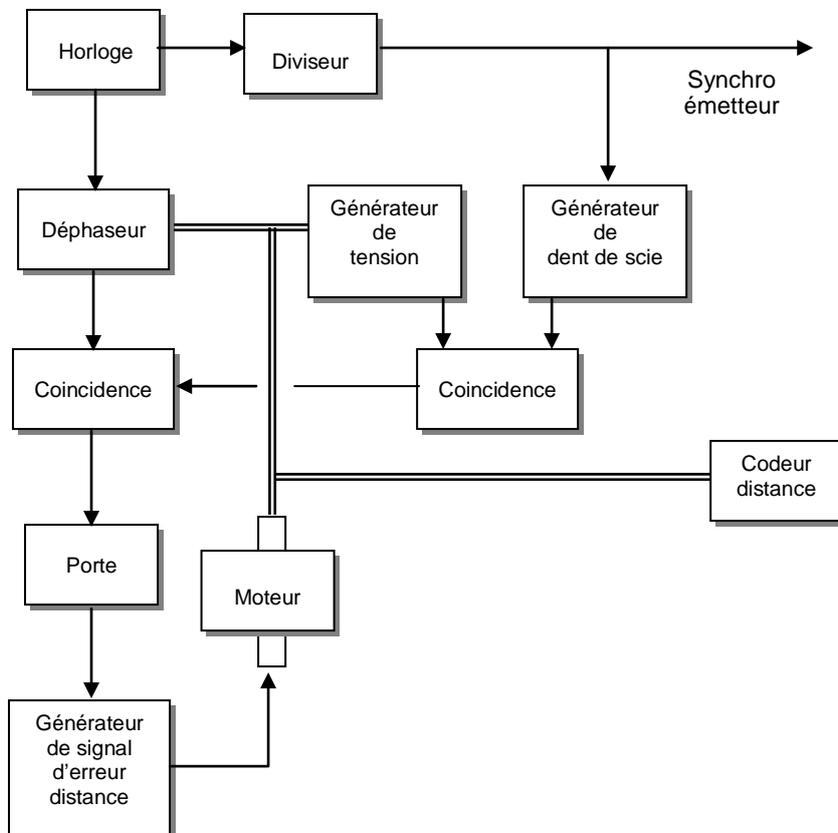
Pour cette raison, on dotera le système de commande du marqueur d'une mémoire. Par exemple, celui-ci peut être commandé en position et vitesse par l'opérateur, le système conservant en mémoire la vitesse affichée. En l'absence d'action de l'opérateur, le marqueur continue de se déplacer à vitesse constante.

L'action de l'opérateur reste nécessaire pour l'affichage initial de la position du marqueur, et le contrôle périodique de sa position, mais l'effet de mémoire obtenu permet de soulager son travail et de continuer une poursuite dans les cas précédemment cités (*les mêmes mémoires sont alors introduites dans la poursuite angulaire sous la forme de boucles de vitesse ou d'anticipation*). Ce mode de poursuite est connu sous le nom de poursuite manuelle assistée.

5.3 POURSUITE AUTOMATIQUE

Dans le cas de la poursuite automatique, l'écart de position entre la porte ouverte sur la vidéo du radar et le centre de l'écho poursuivi est mesuré électroniquement, le principe de la commande en position de la porte restant le même. Les déplacements de la porte sont alors assurés à l'aide d'un servomécanisme commandé par une tension d'erreur.

Un schéma de principe (*très simplifié*) d'un tel système figure ci après dans le cas d'un système analogique, cet exemple n'est pas limitatif.



La base de temps est une horloge qui, après division donne le signal de synchronisation distribué à l'émetteur, et au générateur de dent de scie.

L'ouverture de la porte se fait après une double comparaison :

- entre la dent de scie et une tension de référence issue d'un générateur de tension, ce qui donne une première interpolation dans la durée de la récurrence du radar avec une précision moyenne. Cette précision est meilleure que la période de l'horloge de base :
- à l'aide d'une coïncidence entre le signal obtenu précédemment et le signal de l'horloge, déphasé (*ou retardé*) d'une certaine quantité. En effet le signal d'horloge déphasé est une mesure fine du temps avec une ambiguïté égale à la période de l'horloge. Cette mesure fine est validée par la première coïncidence, et l'on peut ainsi obtenir sans ambiguïté une mesure très précise.

L'ensemble est commandé par un moteur actionné, (*à travers une servocommande*), par un signal d'erreur donnant l'écart entre la porte et la vidéo utile. Ce même moteur commande un codeur de distance sur lequel est affichée la position de la porte. Les circuits de mémoire sont incorporés à la servocommande.

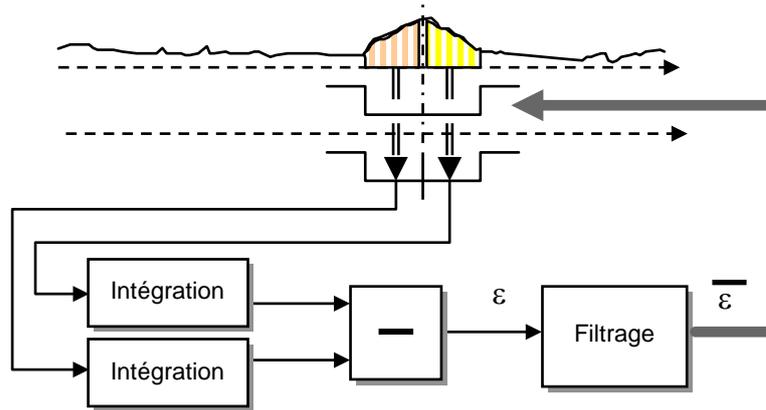
L'accrochage de la porte peut être alors soit manuel soit automatique (*balayage lent des distances, pré-extraction du signal*) par commande préalable de sa position.

Le problème posé est alors celui de l'obtention du signal d'erreur que nous allons examiner au paragraphe suivant.

5.4 GENERATION DU SIGNAL D'ERREUR PAR DEMI - PORTES -, INFLUENCE DU BRUIT

a Principe des deux demi - portes

Dans le circuit générateur de tension d'erreur, la porte est une porte double (*split-gate*), la sélection en temps de la vidéo étant faite dans chacune des demi - portes de manière indépendante. Cette sélection est suivie d'un circuit-intégrateur (*moyennage des amplitudes*) et d'un circuit amplificateur. Les deux voies attaquent ensuite un amplificateur différentiel qui effectue la différence des signaux ainsi formés.



Si la double porte est bien centrée sur l'écho, chacune des voies forme un signal de même amplitude, et le signal d'erreur, en sortie du comparateur, est nul. Si la double porte n'est pas centrée sur l'écho, on aura par contre un signal d'erreur, positif ou négatif, caractéristique du dépointage.

b Influence du bruit - Hypothèses de base

La théorie du procédé est complexe. On choisira les hypothèses simplificatrices suivantes :

- Le signal émis est une impulsion rectangulaire, le signal moyenne fréquence est une impulsion d'amplitude constante A et de durée τ .
- Le filtre de réception est un filtre adapté au signal, de transmittance :

$$F(f) = \frac{\text{Sin } \pi \tau f}{\pi \tau f} \text{ (à la porteuse près).}$$

- Le détecteur est un détecteur linéaire.
- Le rapport signal/bruit est élevé.

Dans ces conditions, si le bruit en moyenne fréquence s'écrit :

$$\eta(t) = \alpha \text{Cos } (\Omega t) + \beta \text{Cos } \left(\Omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

le signal composite après détection s'écrira :

$$S_c(t) = \sqrt{(A + \alpha)^2 + \beta^2} \cong A + \alpha$$

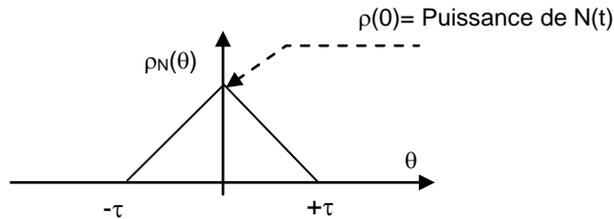
Pour un bruit MF de puissance unité, α est une variable aléatoire gaussienne d'écart type unité ($\sigma_\alpha = 1$) et le rapport signal/bruit en moyenne fréquence s'écrit :

$$S/B = \frac{A^2}{2}$$

En écrivant les signaux sous forme vectorielle comme au paragraphe 4.4 on peut définir le bruit par :

$$N(t) = \alpha(t) + j\beta(t)$$

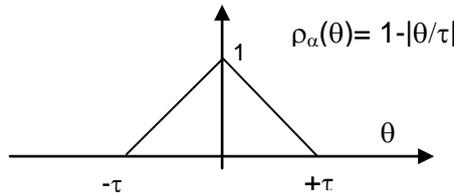
La fonction de corrélation $\rho_N(\theta)$ de $N(t)$ est (Cf. chapitre 16) est la transformée de Fourier du carré de la transmittance du filtre $F(f)$. Son allure est la suivante :



$N(t)$ étant la somme de deux variables indépendantes α et $j\beta$ on peut écrire :

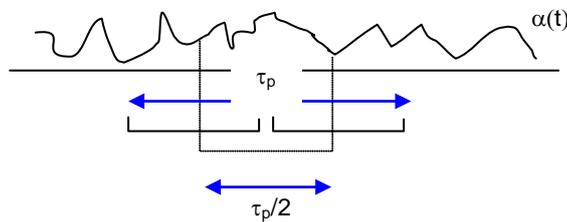
$$\rho_N(\theta) = \rho_\alpha(\theta) + \rho_\beta(\theta)$$

D'où la fonction de corrélation de α , variable aléatoire de puissance unité :



c Erreur introduite par le bruit

Nous allons étudier cette action dans deux cas limites suivant la durée de la porte τ_p .



Si $\tau_p \ll \tau$ le signal d'erreur à la sortie de la double porte peut se mettre sous la forme :

$$\varepsilon(t) \cong \frac{1}{2} \left(\alpha(t) - \alpha\left(t + \frac{\tau_p}{2}\right) \right)$$

C'est une variable aléatoire de valeur moyenne nulle comme $\alpha(t)$ et de variance :

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{1}{4} \overline{(\alpha(t) - \alpha(t + \tau_p/2))^2} = \frac{1}{4} \left(\overline{\alpha(t)^2} - 2\overline{\alpha(t)\alpha(t + \tau_p/2)} + \overline{\alpha(t + \tau_p/2)^2} \right)$$

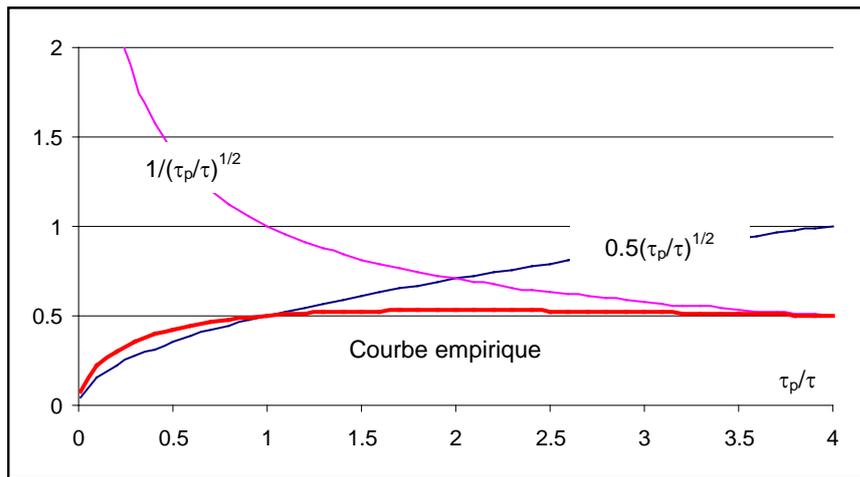
$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{1}{4} \left(2\sigma_\alpha^2 - 2\rho_\alpha(\tau_p/2) \right) = \frac{1}{2} \left(1 - \left(1 - \frac{\tau_p}{2\tau}\right) \right) = \frac{1}{4} \frac{\tau_p}{\tau}$$

$$\sigma_\varepsilon = 0,5 \sqrt{\frac{\tau_p}{\tau}}$$

Si $\tau_p \gg \tau$, la formation du signal d'erreur revient à prendre la moyenne de $\alpha(t)$ entre 0 et τ_p car, le signal pris en compte est la suite d'un grand nombre de signaux indépendants de valeur moyenne nulle. La valeur moyenne de $\varepsilon(t)$ est nulle. Le moyennage est opéré sur un nombre moyen $n = \tau_p/\tau$ de signaux indépendants d'écart type unitaire. L'écart type de $\varepsilon(t)$ sera donc :

$$\sigma_e \cong \frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{\tau_p/\tau}}$$

Les courbes limites obtenues précédemment sont reportées sur la figure ci-après. L'allure de la courbe réelle est reportée « empiriquement » sur le schéma.

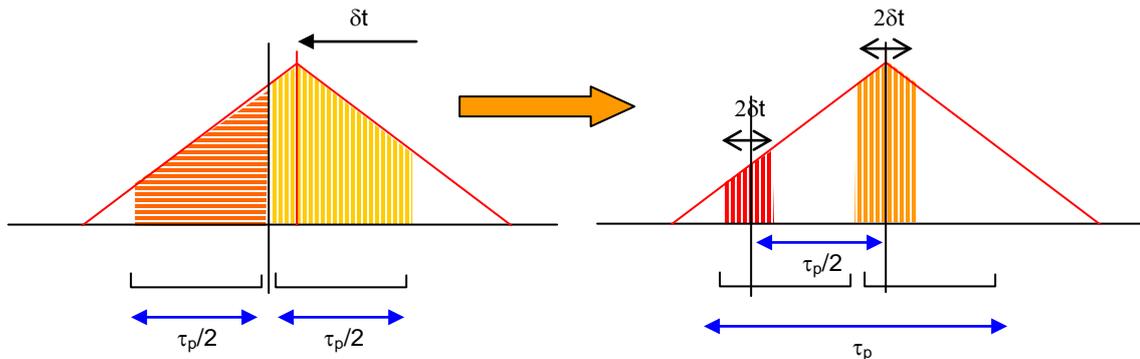


Dans la gamme d'utilisation des **doublets portés jointives** nous pourrions donc considérer que pour un bruit d'écart type unitaire et à 10% près :

$$\sigma_\varepsilon \approx 0,5$$

d Action du signal sur la double porte

Si : $\tau_p < 2\tau$, le schéma suivant résume l'effet de la double porte sur le signal :



Le signal, moyenne sur la durée $\tau_p/2$ de la différence des deux surfaces interceptées par les deux demies-portes, s'écrit en première approximation :

$$E(\Delta t) = \frac{1}{\tau_p} (S_1 - S_2)$$

$$E(\Delta t) = \frac{1}{\tau_p} \left[2\delta t A \left(1 - \frac{\delta t}{2\tau}\right) - 2\Delta t A \left(1 - \frac{\tau_p}{2\tau}\right) \right]$$

$$E(\delta t) \approx \frac{\delta t}{\tau} \cdot A$$

e Relation pratique

On n'a pas intérêt à choisir $\tau_p > 2\tau$ car cela correspond à une perte de sensibilité du système, notamment car on trouve dans les demies-portes, du bruit seul, ce qui ne correspond plus à l'hypothèse simplificatrice choisie : bruit superposé au signal de valeur moyenne nulle.

Un gain théorique pourrait être apporté par l'emploi de τ_p/τ faibles, mais une fenêtre trop étroite peut amener des difficultés à l'accrochage et lors de la poursuite de la cible, d'autant plus que dans les conditions réelles, l'allure de l'écho est plus proche d'un trapèze que d'un triangle, d'où une perte de sensibilité pratique non trouvée par le calcul simplifié.

En pratique on choisit $\tau_p/\tau \cong 1,4$. On a alors :

$$E(\delta t) \cong \frac{A\delta t}{\tau}, \text{ soit : } \delta t = \frac{\tau}{A} \cdot E(\delta t)$$

et comme $E(\delta t)$ est accompagné d'un bruit d'écart type $\sigma_\epsilon \cong 0,5$, il en résulte un écart type sur l'erreur de mesure du temps :

$$\sigma(t) \cong \frac{\tau}{2A}, \text{ avec ; } A = \sqrt{A^2} = \sqrt{2S/B}$$

$$\sigma(t) \cong \frac{\tau}{2\sqrt{2S/B}}$$

5.5 AUTRES PRINCIPES UTILISES POUR LA GENERATION DU SIGNAL D'ERREUR

Un signal de durée τ , filtré par un filtre à flancs raides a en pratique une forme proche de celle d'un trapèze. Les temps de montée et de descente du signal sont faibles devant la durée de celui-ci (*environ égaux à $1/\Delta F$ si ΔF est la bande du filtre moyenne fréquence utilisé*) dès que la bande de filtrage est assez large.

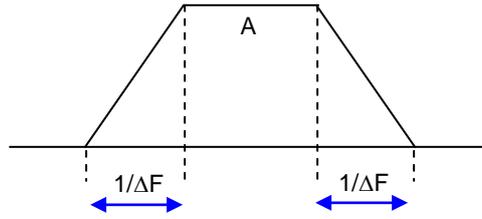
Dans ce cas on peut considérer que le centre du signal ne contribue pas à la formation du signal d'erreur, alors que le bruit superposé amène sa contribution dans la double porte. On a donc cherché à mettre en place des systèmes qui utilisaient dans la formation du signal d'erreur, les périodes de temps où la dérivée du signal n'est pas nulle.

L'un des plus simples est de disposer deux portes assez courtes dans les régions correspondantes, ou une double porte sur le front de montée ou le front de descente de l'impulsion. La durée des portes simples ou doubles sera sensiblement $1/\Delta F$.

5.5.1 Portes sur les fronts de montée et de descente du signal

Le signal composite, est filtré par un filtre à flancs raides de bande passante ΔF , le signal est alors de forme sensiblement trapézoïdale, et d'amplitude maximale A .

On compare les signaux issus de deux portes sur les fronts de montée et de descente du signal :



Le signal d'erreur obtenu est identique à celui qui serait formé sur un signal triangulaire de durée $2\tau_0 = 2/\Delta F$, par une double porte. En nous reportant au paragraphe 5.4, nous écrirons donc :

$$E(\delta t) = \frac{A \cdot \Delta t}{\tau_0} = A \cdot \delta t \cdot \Delta F$$

$$\delta t = \frac{E(\delta t)}{A \cdot \Delta F}$$

La fonction d'auto-corrélation du bruit $\alpha(t)$ est la transformée de Fourier du carré de la transmittance du filtre rectangulaire de largeur ΔF , soit :

$$\rho_\alpha(\theta) = \frac{\sin(\pi \Delta F \theta)}{\pi \Delta F \theta}$$

Sa valeur nominale est bien : $\rho(0) = \sigma_\alpha^2 = 1$

Pour : $|\theta| > 1/\Delta F$, $\rho(\theta)$ reste inférieur à 0,2.

On peut donc considérer que les échantillons de bruit sont indépendants si les échantillons du bruit sont pris à des instants séparés d'une durée grande devant $1/\Delta F$, ce qui est le cas des portes séparées, et écrire que :

$$\varepsilon(t) \cong \frac{\alpha(t_1) - \alpha(t_2)}{2}$$

est une variable aléatoire, de valeur moyenne nulle et d'écart type :

$$\sigma_\varepsilon^2 \approx \frac{1}{4} (\sigma_{\alpha_1}^2 + \sigma_{\alpha_2}^2)$$

soit

$$\sigma_\varepsilon \approx \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Connaissant :

$$\delta t \approx \frac{s(\delta t)}{A \cdot \Delta F}$$

on peut en déduire l'écart type sur la mesure du temps :

$$\sigma(t) = \frac{\sigma_\varepsilon}{A \cdot \Delta F} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot A \cdot \Delta F}$$

soit comme

$$A = \sqrt{2S/B}$$

$$\sigma(t) = \frac{1}{\Delta F \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot S/B}$$

Ce procédé donne théoriquement de meilleurs résultats que le précédent dès que :

$$\frac{1}{\sqrt{2} \cdot \Delta F} < \frac{\tau}{2}, \text{ soit : } \Delta F > \frac{\sqrt{2}}{\tau}$$

Il n'est pas possible de choisir n'importe quelle valeur pour ΔF , car son augmentation provoque une diminution du rapport S/B . On utilise couramment des bandes ΔF voisines de $2/\tau$.

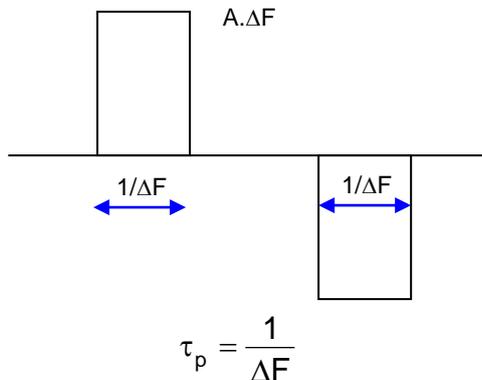
Dans les deux cas précédemment étudiés, la présence de clutter diffus peut soit masquer le signal utile (*perte de sensibilité*), soit le déformer (*clutter dans une seule demi-porte*) ; ce qui fausse la mesure et risque de provoquer le décrochage de la poursuite en distance.

5.5.2 Double porte sur le front de montée

Le filtre MF est comme précédemment un filtre rectangulaire de durée ΔF , les fronts de montée et de descente des signaux ont environ la durée $1/\Delta F$.

On dérive le signal après détection, après dérivation, le signal trapézoïdal donne naissance à deux signaux rectangulaires d'amplitude égale à la pente du front de montée ou de descente, soit $A \cdot \Delta F$, et de durée $1/\Delta F$.

On emploie dans ce cas une double porte, centrée sur le front avant du signal par exemple, et dont la durée τ_p est exactement égale à celle du signal rectangulaire correspondant soit ici :



Un raisonnement analogue à celui fait sur le signal triangulaire montre que :

$$s(\delta t) = \frac{A_1 \delta t}{\tau_p} \text{ pour : } \tau_p = \frac{1}{\Delta F}$$

alors que si : $\tau_p < 1/\Delta F$, un effet de seuil se produit.

Il n'est pas souhaitable de choisir des valeurs de τ_p supérieures à $1/\Delta F$ car alors on pourrait recueillir du bruit non superposé au signal (*toujours positif*) ce qui est défavorable. En pratique, la valeur de τ_p est à adapter à la forme du signal dérivé, qui n'est pas exactement rectangulaire.

Dans le cas présent nous poserons :

$$\tau_p = \frac{1}{\Delta F}$$

$$E(\delta t) \cong \frac{A \Delta F \cdot \delta t}{\tau_p} \cong A \cdot \Delta F^2 \cdot \delta t$$

concerne le bruit, les phénomènes sont plus complexes.

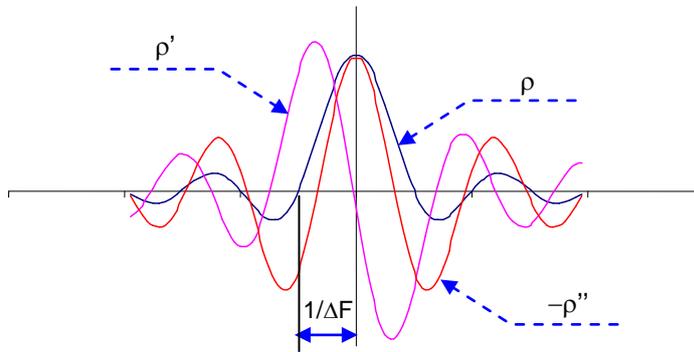
Nous remarquerons que si :

$$\rho(\theta) = \overline{\alpha(t) \alpha(t-\theta)}$$

la fonction d'auto-corrélation de la dérivée du bruit s'écrit :

$$\overline{\alpha'(t) \alpha'(t-\theta)} = -\frac{d^2 \rho(\theta)}{d\theta^2} = -\rho''(\theta)$$

Cette fonction à sensiblement la même allure que la fonction de corrélation du bruit., comme l'illustre la figure suivante :



La valeur maximale de la fonction d'auto-corrélation est :

$$-\rho''(0) = \sigma_{\alpha'}^2$$

$$\alpha'(t) = \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1}{\theta} (\alpha(t) - \alpha(t+\theta))$$

variable aléatoire de valeur moyenne nulle et de variance

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha'}^2 &= \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1}{\theta^2} \left(\overline{\alpha(t)^2} - 2 \overline{\alpha(t) \alpha(t+\theta)} + \overline{\alpha(t+\theta)^2} \right) \\ &= \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1}{\theta^2} (2 - 2\rho(\theta)) \end{aligned}$$

avec :

$$\rho(\theta) = \frac{\text{Sin}(\pi \theta \Delta F)}{\pi \theta \Delta F} \approx 1 - \frac{(\pi \theta \Delta F)^2}{6}$$

soit :

$$\sigma_{\alpha'}^2 = \frac{2}{\theta^2} \frac{(\pi \theta \Delta F)^2}{6} = \frac{\pi^2}{3} \Delta F^2$$

$$\boxed{\sigma_{\alpha'} \cong 2 \Delta F}$$

Nous pouvons, en première approximation, appliquer les résultats du paragraphe 5.4 à $\alpha'(t)$ et écrire ($\sigma_\varepsilon \cong 0,5$, pour un bruit de puissance unitaire) :

$$\sigma_\varepsilon \approx 0,5 \cdot \sigma_{\alpha'} \approx \Delta F$$

Relation à relier à celle donnant le signal d'erreur

$$E(\delta t) \cong A \Delta F^2 \delta t$$

Il en résulte un écart type de l'erreur sur la mesure du temps

$$\sigma(t) = \frac{\sigma_\varepsilon}{A \cdot \Delta F^2} \approx \frac{1}{A \Delta F}$$

et comme

$$A = \sqrt{2S/B}$$

$$\sigma(t) \approx \frac{1}{\Delta F \sqrt{2S/B}}$$

Comparé aux portes séparées, ce procédé apporte théoriquement une perte de précision dans un rapport voisin de 1,4 ; par contre, travaillant sur la dérivée du signal, il est moins sensible au brouillage par le clutter diffus.

5.5.3 Doubles portes sur les fronts de montée et de descente du signal

Le procédé reste le même, mais on place deux doubles portes, l'une sur le front de montée, l'autre sur le front de descente du signal. Le bruit étant décorréllés dans les deux doubles portes, les mesures sont indépendantes. Le fait de prendre la moyenne entre les deux mesures apporte donc un gain sur la précision ; on aura donc

$$\sigma(t) = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \Delta F \sqrt{2S/B}}$$

On retrouve les performances théoriques calculées au paragraphe 5.5 avec en outre une protection contre le clutter diffus.

5.6 EFFET D'INTEGRATION DES SERVOMECHANISMES, RELATIONS PRATIQUES

Les servomécanismes jouent comme dans le cas de la mesure angulaire le rôle de moyennage de l'information sur un nombre n de mesures égal à :

$$n = \frac{fr}{2\beta}$$

- fr fréquence de récurrence du radar.
- β bande vidéo du servomécanisme.

l'erreur après moyennage est $\sigma_m = \sigma / \sqrt{n}$, ce qui donne les relations pratiques suivantes :

dans le cas de la double porte (τ durée de l'impulsion émise) :

$$\sigma_m = \frac{\tau}{2\sqrt{S/B \cdot fr/\beta}}$$

dans le cas des portes séparées sur les fronts de montée et descente du signal ou de sa dérivée (ΔF bande passante du filtre MF) :

$$\sigma_m = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \Delta F \sqrt{S/B \cdot fr/\beta}}$$

rappelons que ces relations sont valables pour $S/B > 4$ (6 dB). Pour des valeurs inférieures, une dégradation est à prévoir (*rapport 1,5 environ pour $S/B \approx 1$*). Le tracking est possible pour $S/B < 1$ si f_r/β est suffisant.

Les trois types de portes de poursuite décrites précédemment sont à peu près équivalentes

lorsque $\Delta f < 2/\tau$, les meilleures performances nécessitent dans chaque cas une adaptation pratique du système. La double porte simple est la plus utilisée en pratique. La double porte sur les dérivées du signal est utilisée dans des cas spéciaux où, outre le bruit thermique, se posent des problèmes de détection parmi des cibles multiples ou en présence d'échos diffus.

On peut améliorer les performances de ces systèmes en les associant à de la compression des impulsions ou de la corrélation. Chacune de ces associations donne lieu à des systèmes spéciaux dépendant des procédés employés pour extraire l'information.

6 PROBLEMES PRATIQUES DE L'EXPLOITATION DES MESURES ANGULAIRES

6.1 GENERALITES

Les causes d'erreur entachant la précision des mesures angulaires sont multiples. C'est ainsi que nous pouvons distinguer en fonction de leur origine les causes suivantes :

- Caractéristiques mécaniques de l'antenne :
 - non horizontalité du plateau tournant,
 - défauts liés à la précision de réalisation mécanique de l'aérien,
 - effet de la pesanteur,
 - effet du vent,
 - dilatation thermique...
- Connaissance de la direction du pinceau en fonction de la fréquence émise et de la loi de déphasage pour les aériens à balayage électronique.
- Influence de la propagation en espace réel.
- Caractéristiques radioélectriques de l'antenne, tout particulièrement pour les aériens monopulse (cf. § 4.6).
- Caractéristiques du récepteur :
 - non linéarité des voies,
 - différence de caractéristiques entre voies.
- Fluctuations de l'écho :
 - fluctuation thermique,
 - fluctuation du point brillant,
 - effet image.

Ces causes entraînant des types d'erreur de natures fondamentalement différentes, qu'il importe de séparer :

- Erreurs systématiques, dont une partie peut être d'ailleurs compensée parce que connue, et qui s'annulent dans des mesures différentielles.
- Erreurs polarisées qui dépendent de certains éléments variables dans le temps et dans l'espace qu'on ne sait compenser, par exemple : fluctuation du point brillant, quantification de la loi de déphasage dans le cas du balayage électronique, précision des algorithmes de calcul.
- Erreurs dues au bruit thermique déjà étudiées au paragraphe 4.
- Erreurs dues à la variation de force des échos entrant dans la mesure (*fluctuation de la cible, ou dans certains cas modulation de lobe*).

Par rapport aux lois théoriques précédemment établies, se poseront donc plusieurs problèmes pratiques.

- Estimation des erreurs dues à d'autres causes que le bruit.
- Incidence des fluctuations du rapport S/B entre échos.
- Incidence des fluctuations lentes du rapport S/B des plots.

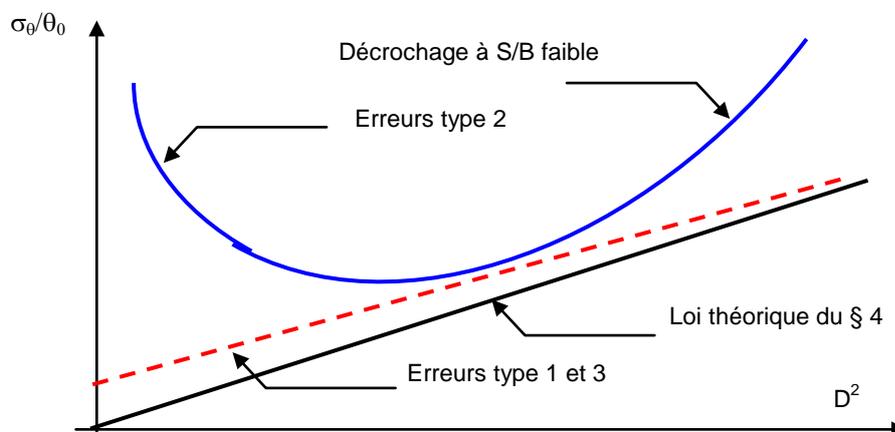
6.2 EFFET DES ERREURS D'ORIGINE NON THERMIQUE

Ces erreurs ont comme caractéristique principale d'être indépendantes du rapport signal sur bruit. Elles se décomposent en :

1. Erreurs liées directement aux angles telles que l'effet de la quantification dans les antennes à balayage électronique, ou l'influence des défauts de l'antenne sur le pointage réel du faisceau dans le même cas. Quasi nulles dans le cas des aériens classiques elles sont de l'ordre de quelques dixièmes de milli-radian pour les aériens à balayage électronique.
2. Erreurs de type métrique, principalement liées à la fluctuation du point brillant de la cible, qui sont indépendantes de la distance radar-cible. Leur écart type peut atteindre plusieurs dizaines de mètres. Une voie de leur réduction peut être la séparation des points brillants composant la cible.
3. Erreurs de nature plus complexe, non directement croissantes avec la distance mais liées à elle ; la non connaissance de la propagation atmosphérique constitue l'exemple le plus caractéristique. Elles sont très difficiles à chiffrer, on les assimile souvent en première approximation à des erreurs du 1^{er} type de quelques dixièmes de milli-radian.

Ces erreurs s'additionnent quadratiquement à celles dues au bruit thermique, soit au niveau de l'écho élémentaire, soit au niveau du plot, suivant leur type de corrélation.

On aboutit finalement à une variation de l'écart type de l'erreur commise en fonction de la distance illustrée par le graphique suivant.



À noter, le décrochage de la courbe pour les distances lointaines, correspondant à la non concordance avec la réalité de la loi théorique pour les rapports S/B faibles.

6.3 OPTIMISATION DE MESURES ANGULAIRES INDEPENDANTES

Pour des causes diverses, (*variation du rapport S/B en particulier*) les différentes mesures élémentaires effectuées, ne sont pas entachées du même écart type.

Si on se contente de prendre la moyenne des mesures sans aucune précaution particulière, la variance de la mesure moyenne obtenue a pour expression :

$$\sigma^2 = \frac{\sum_1^n \sigma_i^2}{n^2}$$

où n est le nombre de mesures effectuées et σ_i l'écart type de l'erreur entachant chacune d'elles. Il en résulte une dispersion importante du résultat obtenu, et ceci d'autant plus que l'on introduit dans la mesure des termes de σ_i élevés, qui deviennent prépondérants. Il convient donc de rechercher un algorithme de calcul mieux adapté.

6.3.1 Moyenne optimale de deux variables aléatoires

Soient deux variables aléatoires X_1 et X_2 , d'espérance mathématique m et d'écart type σ_1 et σ_2 . Cherchons les caractéristiques de la « moyenne pondérée »

$$\mu = \frac{\alpha X_1 + X_2}{\alpha + 1}$$

La somme $\alpha X_1 + X_2$:

- a pour moyenne : $M = m(1 + \alpha)$
- a pour variance : $\Sigma = \alpha^2 \sigma_1^2 + \sigma_2^2$

La « moyenne pondérée » : $\frac{\alpha X_1 + X_2}{\alpha + 1}$:

- a pour moyenne m , ce qui correspond au but recherché
- a pour variance :

$$\sigma^2 = \frac{\alpha^2 \sigma_1^2 + \sigma_2^2}{(\alpha + 1)^2}$$

La pondération sera optimale si elle permet de minimiser σ^2 . A cet effet calculons :

$$\frac{d(\sigma^2)}{d\alpha} = \frac{2(\sigma_2^2 - \alpha \sigma_1^2)}{(1 + \alpha)^3}$$

dérivée qui s'annule pour :

$$\alpha = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$$

Ainsi donc le processus optimal de pondération consiste à choisir des coefficients de pondération α inversement proportionnels à la variance des mesures élémentaires.

6.3.2 Généralisation à « n » variables, cas des erreurs angulaires dues au bruit thermique

Dans le cas des mesures angulaires monopulse nous avons vu au paragraphe 4 que :

$$\frac{\sigma_{\theta_i}}{\theta_0} = \frac{1}{k_m \sqrt{2(S/B)_i}}$$

Il suffit donc de pondérer chaque mesure angulaire par un coefficient égal à $(S/B)_i$.

La variance globale de la moyenne pondérée :

$$\theta = \frac{\sum_1^n \theta_i \cdot (S/B)_i}{\sum_1^n (S/B)_i}$$

sera alors :

$$\sigma_\theta^2 = \frac{\sum_1^n \sigma_{\theta_i}^2 \cdot (S/B)_i^2}{\left(\sum_1^n (S/B)_i\right)^2}$$

soit comme :

$$\frac{\sigma_{\theta_i}^2}{\theta_0^2} = \frac{1}{2k_m^2 (S/B)_i}$$

$$\frac{\sigma_\theta^2}{\theta_0^2} = \frac{\sum (S/B)_i}{2k_m^2 \left(\sum (S/B)_i\right)^2}$$

soit

$$\boxed{\frac{\sigma_\theta}{\theta_0} = \frac{1}{k_m \sqrt{2 \cdot \sum_1^n (S/B)_i}}}$$

loi que l'on peut comparer à la loi théorique pour $S/B = ct^\circ$ trouvée au paragraphe 4.

$$\frac{\sigma_\theta}{\theta_0} = \frac{1}{k_m \sqrt{2 \cdot n \cdot (S/B)}}$$

C'est une loi optimale, car tout apport de mesure nouvelle vient diminuer σ_θ . En outre si n est grand, et si $S/B = (S/B)_{moy}$ elle rejoint la loi obtenue pour $S/B = ct^\circ$ et permet de masquer les effets de la fluctuation des signaux élémentaires. Par contre il convient de placer un seuil d'acceptation aux faibles signaux, on sait en effet que la loi théorique n'est pas suivie dans leur cas. Pour notre part nous proposerons un seuil de $(S/B) \cong 6$ dB.

Les résultats qui précèdent restent valables pour des mesures indépendantes de tous types, à la seule condition que l'on ait accès à un estimateur de la variance de chaque mesure.

6.4 INCIDENCE DES FLUCTUATIONS LENTES DES CIBLES

Le cas traité ici concerne les fluctuations lentes des cibles, sensibles entre deux mesures mais dans lesquelles les échos pris en compte pour une mesure peuvent être considérés comme liés. Dans ce cas si S est la valeur moyenne de la puissance du signal, celle-ci peut fluctuer selon deux lois de probabilités :

$$\text{cas 1 : } f_1(W) = \frac{1}{S} \exp\left\{-\frac{W}{S}\right\}$$

$$\text{cas 2 : } f_2(W) = \frac{4W}{S^2} \exp\left\{-\frac{2W}{S}\right\}$$

Il en résulte qu'à un instant donné la puissance du signal peut prendre une valeur quelconque et l'erreur sur la mesure angulaire qui dépend du rapport signal sur bruit verra donc sa variance évoluer en fonction de la fluctuation de la cible.

On se fixera donc une valeur maximale de l'erreur garantie σ_Q pendant une proportion donnée Q du temps, ce qui amènera à fixer une valeur minimale S_{min} du signal, garantie pendant la même proportion Q du temps.

Ces deux quantités sont reliées par la relation :

$$\sigma_Q \leq \frac{\theta_0}{k_m \cdot \sqrt{2 \cdot n \cdot S_{min} / B}}$$

Car chaque signal S_i est supérieur à S_{min} , lequel est défini en fonction de Q par la relation :

$$Q = \int_{S_{min}}^{\infty} f(W) dW$$

La valeur moyenne de l'erreur restera pour sa part :

$$\sigma_\theta = \frac{\theta_0}{k_m \sqrt{2 \cdot n \cdot S / B}}$$

Il reste donc à établir la relation liant S_{min} et S pour les deux lois de fluctuation.

Cas 1 :

$$Q = \int_{S_{min}}^{\infty} \frac{1}{S} \exp\left\{-\frac{W}{S}\right\} dW = \exp\left\{-\frac{S_{min}}{S}\right\}$$

soit :

$$\frac{S}{S_{min}} = \frac{1}{\ln(1/Q)}$$

d'où les valeurs pratiques suivantes :

Q	0,37	0,4	0,5	0,7	0,8	0,9
S/S _{min}	1	1,1	1,44	2,8	4,5	9,5
σ_Q / σ_θ	1	1,05	1,2	1,7	2,1	3,1

On constate donc qu'à erreur fixée le fait de garantir l'erreur pendant une proportion donnée du temps, entraîne une augmentation du rapport signal sur bruit à prendre en compte de 4,5 dB à 70 % ou 9,8 dB à 90 % ; le pourcentage du temps pendant lequel l'erreur moyenne est garantie n'étant que de 37 %.

Inversement à S fixé, on note que le rapport entre l'erreur garantie et l'erreur moyenne varie de 1,7 à 70 % à 3,1 à 90 %. D'où l'importance de cette spécification.

Cas 2 :

$$Q = \int_{S_{min}}^{\infty} \frac{4W}{S^2} \exp\left\{-\frac{2W}{S}\right\} dW = \exp\left\{-\frac{2S_{min}}{S}\right\} \left(1 + \frac{2S_{min}}{S}\right)$$

soit

$$Q = \exp\{-v\}(1+v) , \text{ avec : } v = \frac{2S_{min}}{S}$$

Expression déjà rencontrée au paragraphe 12.5 du chapitre 10. D'où les résultats suivants :

Q	0,4	0,5	0,7	0,8	0,9
v	2,02	1,68	1,10	0,824	0,532
S/S _{min}	1	1,2	1,8	2,4	3,8
σ _Q / σ _θ	1	1,1	1,35	1,55	1,95

Dans ce cas les incidences de la fluctuation sont moindres, augmentation du rapport signal sur bruit moyen de 2,6 dB à 70 % à 5,8 dB à 90 %, rapport entre l'erreur garantie et l'erreur moyenne de 1,35 à 70 % à 1,95 à 90 %.

7 PERTE PAR MODULATION DE LOBE EN MODE POURSUITE

La perte par modulation de lobe en mode veille a été traitée au chapitre 11 paragraphe 2.4. En mode poursuite, elle est liée à l'erreur faite sur la mesure angulaire en site et gisement, qui peut être considérée comme la somme des deux erreurs angulaires gaussiennes, de valeur moyenne nulle et de variance σ telle que :

$$\frac{\sigma_s}{\theta_s} = \frac{\sigma_g}{\theta_g} = \frac{1}{k_m \sqrt{2 \cdot nS/B}}$$

Par ailleurs le gain de l'aérien à dépointage en site « s » et gisement « g » donnés peut s'écrire :

$$G = G_o \exp \left\{ -2,8 \left(\frac{s^2}{\theta_s^2} + \frac{g^2}{\theta_g^2} \right) \right\}$$

D'où le signal moyen dans la direction de la cible en présence d'une erreur de mesure gaussienne sur « s » et « g », proportionnel au carré du gain de l'antenne :

$$\overline{G^2} = \iint G^2(s, g) f_s(s) f_g(g) ds \cdot dg = \overline{G_s^2} \cdot \overline{G_g^2}$$

7.1 EFFET DE L'ERREUR EN SITE

Les variables étant séparables on peut dans un premier temps calculer :

$$\begin{aligned} \overline{G_s^2} &= \int_{-\infty}^{+\infty} G_o^2 \exp \left\{ -5,6 \frac{s^2}{\theta_s^2} \right\} \exp \left\{ \frac{-s^2}{2\sigma_s^2} \right\} \frac{ds}{\sigma_s \sqrt{2\pi}} \\ &= G_o^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sigma_s \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ - \left(\frac{11,2\sigma_s^2 + \theta_s^2}{\theta_s^2 \sigma_s^2} \right) \frac{s^2}{2} \right\} ds \end{aligned}$$

soit en posant :

$$\sigma_o = \frac{\theta_s \sigma_s}{\sqrt{11,2\sigma_s^2 + \theta_s^2}}$$

$$\overline{G_s^2} = G_o^2 \cdot \frac{\sigma_o}{\sigma_s} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sigma_o \sqrt{2\pi}} \exp\left\{\frac{-s^2}{2\sigma_o^2}\right\} ds = G_o^2 \frac{\sigma_o}{\sigma_s}$$

D'où la perte de modulation de lobe :

$$L_s = \frac{G_o^2}{G_s^2} = \frac{\sigma_s}{\sigma_o} = \frac{\sqrt{\theta_s^2 + 11,2 \sigma_s^2}}{\theta_s}$$

$$L_s = \sqrt{1 + 11,2 \sigma_s^2 / \theta_s^2}$$

Soit en décibels : $L_s = 10 \log_{10} (l_s)$

$$L_s = 5 \log (1 + 11,2 \sigma_s^2 / \theta_s^2)$$

Cette loi se simplifie pour $\sigma_\theta < \theta_s$, ce qui est généralement le cas en poursuite en effet on peut écrire $(\log(1 + \varepsilon) = \log(e) \ln(1 + \varepsilon) = \varepsilon \cdot \log(e))$:

$$L_s = 5 \log(e) \cdot 11,2 \frac{\sigma_s^2}{\theta_s^2}$$

$$L_s \approx 24 \frac{\sigma_s^2}{\theta_s^2}$$

7.2 GENERALISATION EFFET DES ERREURS SITE ET GISEMENT

On note que la perte par modulation de lobe ne dépend que du rapport σ^2 / θ^2 et, par ailleurs, σ_s^2 / θ_s^2 est égal à $\sigma_\theta^2 / \theta_s^2$ d'où l'expression générale de la perte $L = L_s \cdot L_g$.

$$L \approx 48 \frac{\sigma_\theta^2}{\theta_o^2} = \frac{24}{k_m^2 \cdot n \cdot \frac{S}{B}}$$

7.3 INCIDENCE D'UN BIAIS EN SITE OU GISEMENT

Un calcul approché de L_s consiste à considérer une distribution uniforme de l'erreur et **une perte en décibels de la forme: $L = 24 (s^2 / \theta_s^2)$.**

Dans ce cas si $2\Delta s$ est l'extension totale de la distribution de l'erreur :

$$L_s = \bar{L} = \frac{1}{2 \cdot \Delta s} \int_{-\Delta s}^{+\Delta s} 24 \left(\frac{s^2}{\theta_s^2} \right) ds = \frac{12}{\Delta s \cdot \theta_o^2} \left[\frac{s^3}{3} \right]_{-\Delta s}^{+\Delta s}$$

$$L_s = \frac{8 \cdot \Delta s^2}{\theta_o^2}$$

Ce qui entraîne (cf. § 7.1) une « largeur équivalente » de la distribution uniforme :

$$\Delta s = \sigma_s \sqrt{3}$$

On notera que, l'erreur étant gaussienne, il y a environ 90% de chances pour que :

$$\Delta s \leq \sigma_s \sqrt{3} .$$

La même méthode appliquée en présence d'un biais δs donne :

$$L_s = \frac{12}{\sigma_s \sqrt{3}} \int_{-\sigma_s \sqrt{3} + \delta s}^{\sigma_s \sqrt{3} + \delta s} \left(\frac{s^2}{\theta_0^2} \right) ds = \frac{4}{\sqrt{3} \cdot \sigma_s \cdot \theta_0^2} \left[(\delta s + \sigma_s \sqrt{3})^3 - (\delta s - \sigma_s \sqrt{3})^3 \right]$$

$$L_s = \frac{4}{\sqrt{3} \cdot \sigma_s \cdot \theta_0^2} \left(\sqrt{3} \sigma_s (6 \delta s^2 + 6 \sigma_s^2) \right)$$

$$L_s \approx 24 \left(\frac{\delta s^2}{\theta_s^2} + \frac{\sigma_s^2}{\theta_s^2} \right)$$

Relation à retenir dans le cas d'une mesure en poursuite entachée d'un biais, comme par exemple certains cas de positions extrapolées en poursuite discontinue.

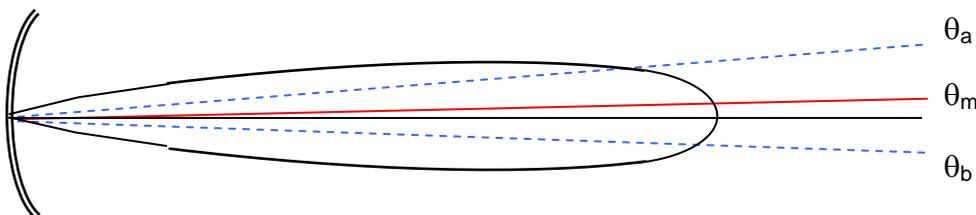
8 FLUCTUATION ANGULAIRE DES CIBLES – NOTION DE GLINT

8.1 POSITION DU PROBLEME – HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES

La fluctuation des cibles vient du fait qu'une cible réelle est composée d'un ensemble de points brillants non résolus et que le radar voit la somme en amplitude et en phase de tous les signaux issus de ces différents points brillants. Cette propriété a été utilisée au chapitre 10 (§ 12) pour introduire la fluctuation en amplitude des cibles radar, nous allons montrer ci-après qu'elle permet de mettre en évidence une fluctuation angulaire de ces cibles.

Pour mettre en évidence le phénomène physique nous considérerons une cible formée de deux points brillants seulement et ne prendrons en considération que les réflexions directes des ondes issues de chacun d'eux en négligeant, ce qui est en général justifié², les réflexions indirectes. On retiendra donc les hypothèses simplificatrices suivantes :

- deux points brillants a (θ_a) et b (θ_b) de direction moyenne θ_m ,
- signaux Σ et Δ en phase pour chaque point brillant (norme Cf. 4.2),
- loi d'écartométrie linéaire : $\Delta/\Sigma = k_m \theta$ pour chaque point brillant,
- bruits négligés,
- points brillants non séparés en distance ou fréquence doppler.



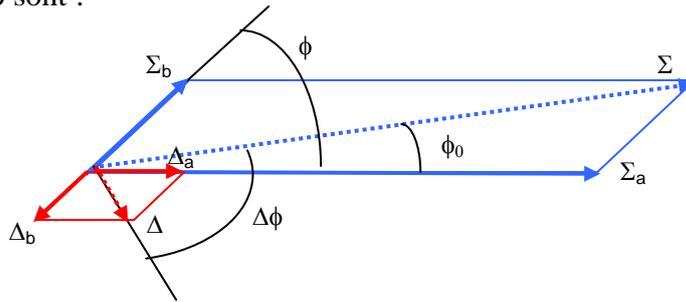
2. Il suffit pour cela que la puissance réémise de b vers a : $\sigma_b/4\pi D_{ab}^2$ soit négligeable devant 1, ce qui suppose $\sigma_b < D_{ab}^2$ (et inversement de a vers b).

8.2 NATURE DES SIGNAUX DELIVRES AU RADAR

Les signaux issus des points a et b sont :

$$\Sigma_a \text{ et } \Delta_a \text{ tels que } \Delta_a = k_m \theta_a \Sigma_a$$

$$\Sigma_b \text{ et } \Delta_b \text{ tels que } \Delta_b = k_m \theta_b \Sigma_b$$



Les voies somme issues des points a et b sont reliées par la relation : $\Sigma_b / \Sigma_a = \rho^{ej\phi} = Z$

Il en résulte que Σ et Δ ne sont plus en phase mais déphasés de Δφ. Un monopulse classique fera l'opération produit scalaire :

$$\frac{\bar{\Delta} \cdot \bar{\Sigma}}{|\Sigma|^2} = \frac{|\Delta|}{|\Sigma|} \text{Cos} (\Delta\phi)$$

Par ailleurs, le quotient complexe Δ/Σ s'écrit :

$$\frac{\Delta}{\Sigma} = \frac{|\Delta| e^{j(\phi_0 + \Delta\phi)}}{|\Sigma| e^{j\phi_0}} = \frac{|\Delta|}{|\Sigma|} e^{j\Delta\phi} = \frac{|\Delta|}{|\Sigma|} (\text{Cos } \Delta\phi + j \text{Sin } \Delta\phi)$$

On peut donc considérer que le monopulse classique voit la partie réelle du quotient complexe Δ/Σ. On définira alors un « angle complexe » :

$$\Psi = \frac{1}{k_m} \frac{\Delta}{\Sigma} = \frac{\theta_a \Sigma_a + \theta_b \Sigma_b}{\Sigma_a + \Sigma_b} = \frac{\theta_a + Z\theta_b}{1 + Z}$$

dont l'angle « θ » mesuré par le monopulse classique est la partie réelle. Soit en posant :

$$\theta_a = \theta_m + \frac{\Delta\theta}{2} \quad \text{et} \quad \theta_b = \theta_m - \frac{\Delta\theta}{2}$$

On écrira :

$$\Psi = \theta_m + \frac{\Delta\theta}{2} \cdot \frac{1-Z}{1+Z} = \theta_m + \frac{\Delta\theta}{2} U(Z)$$

L'angle complexe Ψ dépend de la fonction U(Z) qui est une forme connue (combinaison de translations, inversions, et homothéties dans le plan complexe).

En particulier ($\rho^{ej\phi} = Z$) :

- les lieux $\rho = ct^\circ$ sont des circonférences symétriques par rapport à l'axe des réels (axe des imaginaires pour $\rho = 1$) car $U(Z^*) = U^*(Z)$. Ces circonférences coupent l'axe des réels aux points :

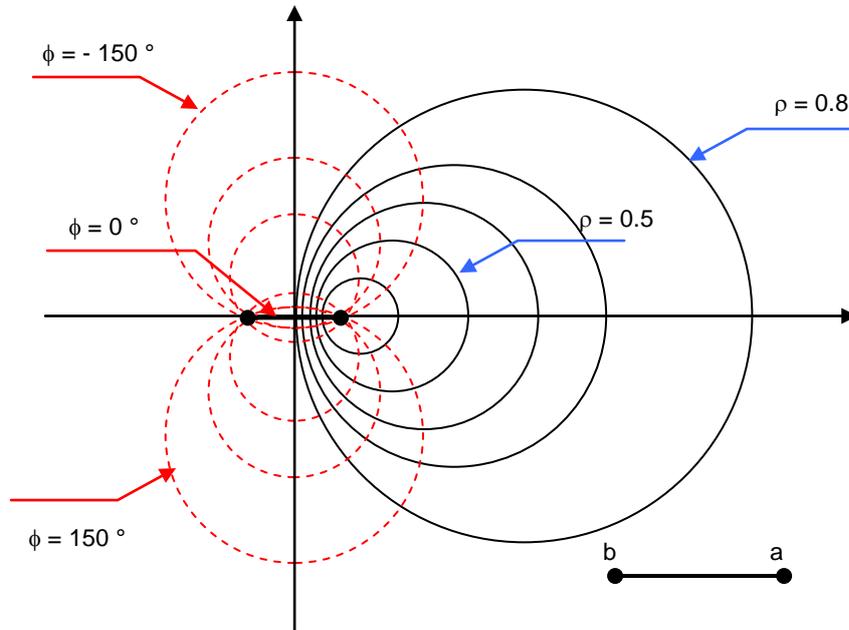
$$U = \frac{1-\rho}{1+\rho}, \text{ pour } \phi = 0 \text{ et } U = \frac{1+\rho}{1-\rho}, \text{ pour } \phi = \pi$$

- les lieux $\phi = ct^\circ$ sont des circonférences passant toutes par les points a ($\rho = 0$) et b ($\rho = \infty$) et par le point imaginaire pur :

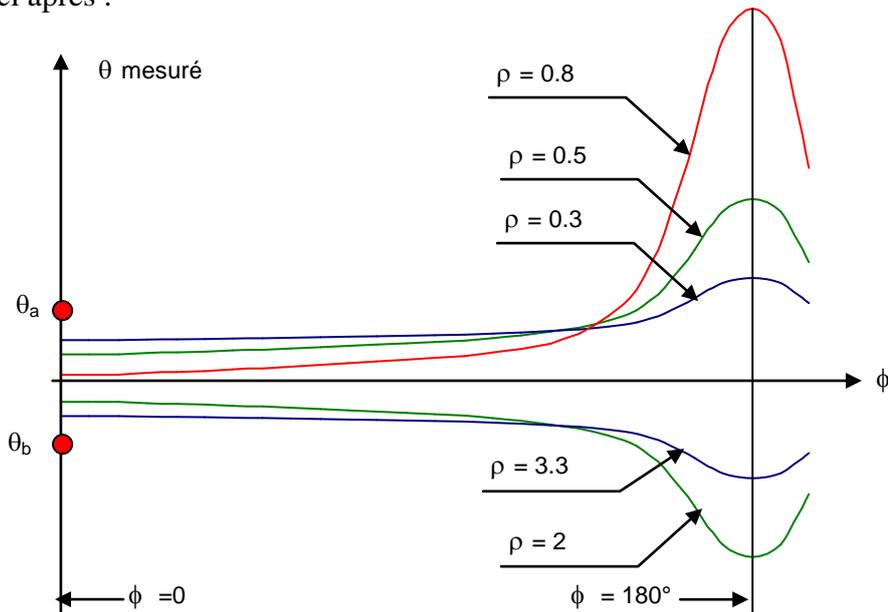
$$U = \frac{-2j \text{Sin } \phi}{1 + \text{Cos } \phi}$$

- Elles sont symétriques par rapport à l'axe des imaginaires car $U(1/Z^*) = -U^*(Z)$ (partie réelle opposée) avec $1/Z^* = Z/|Z|^2$ donc à ϕ donné on peut toujours trouver deux valeurs de U de parties réelles opposées.

L'allure des lieux : $\rho = c^{te}$ et $\phi = c^{te}$ est donnée ci après :



La valeur réelle de la fonction « Ψ » correspond à l'angle vu par le monopulse, son allure est présentée ci après :



On constate que l'angle mesuré peut varier très largement et donner de fausses indications, d'angles pouvant déborder la zone « $\theta_a - \theta_b$ » pour des valeurs de déphasage voisines de 180° et d'autant plus que les deux points brillants ont des surfaces équivalentes comparables³. D'où le phénomène de « glint » surtout sensible aux distances proches.

Ce même phénomène de « glint » peut se rencontrer sur des cibles volant à basse altitude au dessus de la mer, a et b étant ici la cible elle même et son image dans la mer.

3. On note que dans ce cas la surface équivalente globale devient faible.